

A KOCKÁZATOK MÉRÉSE ÉS ÉRTÉKELÉSE

A tanulmányban a szerző először röviden definiálja, hogy mi a kockázat, hol jelenik meg, majd bemutatja a kockázatok mérésének és értékelésének főbb módszereit. A kockázat mérésének rendkívül sok különböző mérőszáma és módszere van, amelyek közül nem tudunk kiválasztani egyetlen legjobbat. A kockázat kezelése azért is problematikus, mert nagyságának meghatározása sem egyértelmű. Foglalkozik a szerző az országkockázat értékelésének módszereivel, illetve az egyes hitelminősítők minősítési rendszereivel, ami napjainkban különösen nagy figyelmet kap.

1. A KOCKÁZATRÓL ÁLTALÁBAN

Elsőként határozzuk meg, mi is az a kockázat. Bár napjainkban e kifejezést nagyon gyakran használják, e fogalmon mégsem mindenki ugyanazt érti. Az irodalomban a kockázatra vonatkozóan több, esetenként kismértékben különböző definíciót találunk.

A-Moneim [2005] a kockázatot – talán az irodalomban nem a leginkább megszokott módon – úgy definiálja, mint „egy lehetséges problémát vagy helyzetet, amely megvalósulása esetén kedvezőtlenül érinthet egy projektet” [A-Moneim 2005: 1]. Ebben a definícióban tehát nincsen szó arról, hogy ez a probléma vagy helyzet (a valószínűség vagy a kár nagysága) valahogy számokkal kifejezhető lenne.

Aven és Vinnen [2007] a kockázat elterjedt definícióját használják, azaz *a kockázatot egy eseményhez kapcsolódó valószínűség és következmény kombinációjaként* határozzák meg. Itt tehát megjelenik a két, leggyakrabban használt és a kockázatot a bizonytalanságtól megkülönböztető tényező: a *kár*, a *valószínűség*, illetve ezek számszerűsíthetősége. Ez a definíció tehát jól illeszkedik egy nagyon korai, 1921-es változathoz, amelyben *Knight* [1921] a kockázatot a bizonytalanságtól úgy különbözteti meg, hogy az előbbi *mérhető*, míg az utóbbi nem. *Haslett* [2010] azonban a *Knight* által alkalmazott megközelítést erősen bírálja, hiszen véleménye szerint a valószínűségek szubjektívek, objektív valószínűség az esetek nagy részében nem adható meg, így ezen definíció szerinti kockázat valójában nem létezik. E definíciótól kis mértékben tér el az, amelyik a kockázatot *várható kárként* határozza meg [például *Campbell* 2005], hiszen ez egyaránt figyelembe veszi a valószínűséget és a kárt, azonban hangsúlyozottan csak a kárt tekinti, és annak a várható értékét.

Shapira [1995] a kockázatot *a lehetséges kimenetek varianciájának* tartja. Ez az előző definíciónál annyival szűkíti jobban a kört, hogy konkrétan meg is mondja, hogyan kell mérnünk a kockázatot.

A hagyományos definíciónál általánosabbat használnak *Allen* és szerzőtársai [2004], akik a kockázatot a sérülésnek vagy veszteségnek való *kitettséggel* azonosítják, nem törődve a várható kár nagyságával.

A kockázat meghatározásának az eddigieknél általánosabb formáját mutatja be például *Garrick* [2008] illetve *Kaplan* és *Garrick* [1981]. Ez a definíció *információ-hármasok* létrehozását jelenti, amelyek a következő kérdésekre adnak választ:

- a) Miben van a kockázat, mi történhet?
- b) Mennyire valószínű, hogy ez bekövetkezik?
- c) Ha bekövetkezik, mik a következmények?

Kaplan és *Garrick* [1981] a kockázatot és a bizonytalanságot úgy különböztetik meg, hogy a kockázat a bizonytalanságon kívül tartalmaz valamilyen kárt vagy veszteséget is. Hangsúlyozzák azonban, hogy a kockázat nem csupán a valószínűség és a kár szorzata, hanem a két tényező együttes figyelembevételével.

Aven és *Renn* [2010] a következő meghatározást javasolják: „a kockázat az események bekövetkeztével és súlyosságával kapcsolatos bizonytalanságra utal, valamint a különböző tevékenységek következményeire.” [Aven és Renn 2010: 8] A szerzők tehát itt egyaránt hangsúlyozzák az eseményeket magukat, illetve azok következményeit.

A kockázat fogalmával kapcsolatos zavart *három dolog* okozza. Az egyik az, hogy a kockázat és a bizonytalanság elválasztása sok esetben nem egyértelmű – ez észrevehető a bemutatott definíciókban, illetve a mindennapos szóhasználatban is. A másik, hogy a kockázat fogalmának meghatározásakor mennyire koncentrálnak csak a veszteségekre: *Shapira* [1995] például figyelembe veszi a pozitív irányú eltéréseket is, a köznyelvi használatban azonban a kockázat általában veszteséghez kapcsolódik. A harmadik probléma az, hogy ha a kockázatot a valószínűségek és a bekövetkező események kombinációjaként értelmezzük, akkor ez még meglehetősen tág teret ad a kockázat pontos mértékének megállapításához.

A kockázat az élet minden területén megjelenik. Ezek közül most – a teljesség igénye nélkül – bemutatunk néhányat.

A kockázat mérésének szerepe leginkább talán a *banki és biztosítási szektorban* van. A bankok esetében egy fontos döntés, a kockázatok fedezéséhez szükséges tőke nagyságának meghatározása miatt is fontos a kockázat megfelelő mérése. A kockázatok fedezésére szolgáló tőke a fizetéképtelenség elkerüléséhez, illetve a szabályozói előírások teljesítéséhez szükséges. A pénzügyi intézményeknek azonban nem érdekük túlzott mértékű tőkét a kockázatok fedezésére elkülöníteni, hiszen ez a profitjuk csökkenéséhez vezet. A bankok számára az is kérdés, hogy az egyes ágazatok között hogyan osszák el a kockázat fedezéséhez szükséges tőkét. A tőkeallokáció és a kockázatomérés kapcsolatát vizsgálják például *Csóka* [2003], valamint *Balog* és szerzőtársai [2010].

Homolya [2012] bemutatja, hogy a bankok a *Bázel II. kockázatkezelési és tőkeallokációs keretrendszer* bevezetése óta tudatosabban kezelik a működésükkel kapcsolatos kockázatokat. A szerző vizsgálta: hogyan függ az intézmény méretétől az, hogy mennyire szofisztikált kockázatkezelési módszert alkalmaz az adott bank. Eredményei szerint a nagyobbak általában fejlettebb módszereket használnak.

Homolya és *Benedek* [2007] a bankok *működési kockázatait* elemzik és modellezik. A működési kockázat a bankok tevékenységében megjelenő egyik fontos

tényező, az üzleti kockázat, a hitelkockázat és a piaci kockázat mellett. E kockázat (bár leegyszerűsítve a bankok működésével kapcsolatban előforduló belső és külső kockázatokat értjük alatta) meghatározása azonban koránt sem egyszerű, és egy bank esetében nem is ez az a kockázat, amely először eszünkbe jut. Ebbe a kategóriába olyan, minden céget (nemcsak bankokat) érintő kockázatok tartoznak, mint például a csalások kockázata, a munkaerővel kapcsolatos kockázat vagy pedig az eszközöket ért esetleges károk.

A biztosítók kockázatkezelésével kapcsolatban Panning [1999] megállapítja, hogy a később bemutatandó VaR egy jól használható mérőszám, azonban amennyiben hosszú távú döntésekhez akarjuk használni, akkor veszélyeket hordoz magában: a becslés téves lehet (rossz modell vagy paraméterek), az eszközök és források változhatnak, illetve a mérlegen kívüli esetleges veszteségek is bekövetkezhetnek.

A kockázat azonban nem csak a szolgáltatási szektorban, hanem az iparban is megjelenik. Fürst szerint ezen belül is kiemelkedik a bányászatban tapasztalható kockázat [Fürst 2004]. A szerző ezen belül is kiemeli a bányászati kutatás kockázatát: egyáltalán érdemes-e belekezdeni a kutatásba, érdemes-e pénzt szánni rá. A bányászati kutatással kapcsolatban három tényezőt említ: a földtani megismerés kockázatát, a gazdasági kockázatot, illetve a zöld mozgalmak tevékenysége által jelentett kockázatot. A bányászati tevékenységgel kapcsolatban azonban számolni kell a balesetek lehetőségével is, hiszen például a kínai szénbányákban évente több tízezer ember szenved halálos balesetet.

A-Moneim [2005] tárgyalja az egyes projektekkel kapcsolatos kockázatokat, illetve azok összetevőit. Ezek a következők:

- Munkaerő-kockázat: a szükséges képességekkel rendelkező munkaerő nem áll rendelkezésre, vagy a projekt közben elhagyja a vállalatot.
- Eszközökkel kapcsolatos kockázat: elromlanak az eszközök, vagy nem időben szállítják ezeket.
- Ügyfélkockázat: az ügyfél nem hozza meg időben a döntéseit, az általa rendelkezésre bocsátandó erőforrások átadásának késedelmé.
- Működési körrel kapcsolatos kockázat: a tevékenység köre megváltozik – esetleg a projektmenedzsment tudta nélkül.
- Technológiai kockázat: új technológia, nehezen integrálható technológia.
- Rendszerkockázat: nem megfelelő reagálási idő, elégtelen kapacitás.
- Fizikai kockázat: tűz, árvíz, egyéb katasztrófa, számítógépes vírus, információlopás.

Napjainkban fontos tényező az országkockázat, illetve ennek egy része, a szuverénadós-kockázat. A szuverénadós-kockázat és az országkockázat fogalmát gyakran használják egymás szinonimáiként, azonban országkockázaton általában nemcsak azt értjük, hogy mekkora a valószínűsége, hogy az adott ország nem lesz képes visszafizetni a hiteleit, hanem azt is, hogy mennyire jár veszélyekkel az adott országban befektetési tevékenységet végezni. Hoti és McAleer [2004] megállapítják, hogy az egyes országok fizetési problémái az 1980-as években megszorodtak. Napjainkban ehhez hasonló jelenséget tapasztalhatunk. Erb és szerzőtársai [1996] az országkockázat mérésére a kompozit mérőszámok használata mellett három kockázat mérését ajánlják: politikai, gazdasági és pénzügyi kockázat.

Nordal [2001] ezeken kívül még az országgockázathoz sorolja a tranzakciókhoz kapcsolódó *kereskedelmi* kockázatot (pl. mennyire tartják be a szerződéseket), illetve a *makrogazdasági* kockázatot is (mennyire fejlődik az adott ország).

Szintén az országgockázathoz kapcsolódó, annak esetleg részét alkotó fogalom a *politikai* kockázat. Hoti és McAleer [2004] ebbe a kategóriába sorolják a háborút, a belső és külső konfliktusokat, a területi vitákat, forradalmakat és terrortámadásokat. A politikai kategóriához sorolható még a tulajdonjogokkal kapcsolatos kockázat is. Oetzel és szerzőtársai [2001] a politikai kockázatot (az egész országra kiterjedő) *makroszintű* és (néhány céget vagy iparágat érintő) *mikroszintű* kockázatra bontják, és hangsúlyozzák, hogy általában csak az előbbit értjük politikai kockázaton. Az országgockázathoz az eddigieken kívül még hozzájárul a valutaárfolyam alakulásának kockázata is. A szerzők hangsúlyozzák, hogy a különböző mérőszámok vagy mutatók általában nem jó leírói a tényleges kockázatnak.

Napjainkban egyre nagyobb szerepe van a *környezeti* kockázatoknak, amelyek egyaránt jelenthetik a környezetet érintő (az ebbe való emberi beavatkozás – pl. vegyszerek okozta) veszélyt, illetve a környezet által okozott károkat. Az előbbi kategóriába tartozó kockázatok értékelését mutatja be például Homolya [2009], míg az utóbbi kategóriába tartozó kockázatok értékelését ismerteti például Calow [szerk., 1998].

2. A KOCKÁZAT MÉRÉSE ÉS ÉRTÉKELÉSE

Amint a meghatározásoknál láttuk, már a kockázat definiálása is meglehetősen sokszínű. Ennek megfelelően a kockázat mérése és értékelése is meglehetősen szerteágazó témakör, számtalan különböző módszere van, amelyek között nincs egyetlen elfogadott vagy legjobb.

Az e fejezetben tárgyalt módszerek nem elsősorban makrogazdasági eredetűek: származhatnak a pénzügy vagy éppen a vállalat-gazdaságtan területéről. Éppen ezért nem is mindegyiket van értelme használni közgazdasági elemzések során. A kockázat mérésére kidolgozott módszerek és mérőszámok alkalmazásának legfontosabb területe a *pénzügy* és a *biztosítás*: egy-egy pénzügyi intézet vagy biztosító kockázatosságának méréséhez és ezáltal a szükséges tőketartalék meghatározásához szükség van a kockázat kiszámítására valamilyen mérőszám segítségével.

Napjainkban különösen nagy publicitást kapott az országgockázat mérése, ezért azt külön fejezetben részletesen tárgyaljuk, annak módszertana eltér más kockázatok értékelésétől.

2.1. KVALITATÍV MÓDSZEREK

A kvalitatív módszerekkel nem állapíthatjuk meg egy alternatíva vagy szereplő kockázatosságát számszerűen, csupán egyes jellemzőiket, de a kockázatok feltérképezésére és rendezésére bizonyos szempontból alkalmasak lehetnek, a kvantitatív módszereknél azonban kevésbé jelentősek. Ezen módszerek jellemzője, hogy nem feltétlenül a kockázatok értékelésére dolgozták ki őket, de arra is használhatók.

Ezek az eljárások többnyire nem a pénzügy vagy a makroökonómia, hanem a vállalat-gazdaságtan területéről erednek. A következőkben néhány ilyen módszert mutatunk be vázlatosan:

a) PEST-elemzés

A módszert röviden ismerteti *Fight* [2004] a hitelek kockázatosságával kapcsolatban. A szisztéma eredetileg nem a kockázat meghatározására szolgált, azonban itt is használható. A PEST a következő négy típusú kockázat kezdőbetűiből alkotott betűszó:

- Politikai/szabályozási/jogi,
- Gazdasági (*Economic*),
- Társadalmi (*Social*),
- Technológiai.

Az egyes kockázatok értékelése különböző kérdések segítségével történik. Például: akadályozza-e a kormányzat a piacra történő belépést? Mennyire sújtják az adott iparágat magas kamatlábak? Hogyan viszonyul az adott iparág a gazdasági ciklusokhoz? Mennyire érinti az adott iparágat a társadalmi ízlés változása? Történt-e változás az adott termék előállításának költségstruktúrájában? Ez a mutatószám tehát nem egy-egy vállalat konkrét helyzetét mutatja, sokkal inkább a makrokörnyezet alakulását.

b) SWOT-elemzés

A módszert többek között *Fight* [2004] mutatja be. Elsősorban a vállalat-gazdaságban ismert, nem kizárólag a kockázatok értékelésére alkalmas. A SWOT betűszó feloldása a következő:

- Strengths – a vállalat erősségei,
- Weaknesses – a vállalat gyengeségei,
- Opportunities – a vállalat lehetőségei,
- Threats – a vállalatot fenyegető veszélyek.

Az első két tényező a vállalaton belüli (például a menedzsment és a munkavállalók képességei, tapasztalata), míg a 3. és a 4. a vállalaton kívüli (például a piaci helyzet vagy a kormányzati intézkedések) – e két kategóriába sorolhatók be a különböző kockázatok is.

Az elemzés elkészítése során e négy kategória szerint készítünk egy táblázatot, abban felsoroljuk a megfelelő elemeket, majd ennek alapján értékelünk.

c) Porter kockázat-mátrixa

Ezt a módszert szintén *Fight* [2004] mutatja be. A vállalatnak négy tényező okozhat nehézséget:

- új versenytársak,

- kereslet,
- a termék helyettesíthetősége,
- a szükséges nyersanyagok stabil beszerezhetősége és az áru megfelelő minősége.

A mátrixban szerepelnek azok az elemek, amelyek e négy tényező által meghatározott kockázatot befolyásolják – például gazdasági, társadalmi, demográfiai vagy politikai faktorok.

2.2. KVANTITATÍV MÓDSZEREK

2.2.1. Milyen tulajdonságokat várunk el egy kockázati mérőszámtól?

Tekintsük át először, hogy milyen (egyébként többnyire nem teljesülő) tulajdonságokat várunk el egy kockázati mérőszámtól.

Gregoriou és szerzőtársai [2010] négy tulajdonságot sorolnak fel. Amennyiben ezek teljesülnek, az adott mérőszámot *koherensnek* nevezzük. Legyen X és Y két valószínűségi változó (alternatíva), amelyek közül X a kockázatosabb. Legyen a kockázati mérőszám ρ , ez az egyes valószínűségi változókhoz hozzárendeli kockázatoságukat. A kívánt négy tulajdonság a következő:

- monotonitás: $\rho(X) \geq \rho(Y)$
- eltolás invariancia: minden valós α számra $\rho(X + \alpha) = \rho(X) - \alpha$.
- skála invariancia: minden $\lambda \geq 0$ esetén $\rho(\lambda X) = \lambda \rho(X)$.
- szubadditivitás: $\rho(X + Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.

Amennyiben koherens kockázati mérőszámok konvex kombinációját vesszük, az is koherens lesz. A koherencia azonban a következőkben bemutatott és az irodalomban használt kockázati mérőszámok esetén sem mindig teljesül. A VaR esetén például nem teljesül a szubadditivitás, a szórás esetén az eltolás invariancia. Koherens kockázati mérőszám például a később bemutatásra kerülő CVaR.

2.2.2. Kvantitatív mérőszámok és kockázatelemzési módszerek

Ebben a részben bemutatunk néhány mérőszámot, illetve a kockázat elemzésében (például az idősoelemzésben) használt módszert.

a) A „klasszikus” kockázat definíció

A kockázatot sok esetben egy változó szórásával azonosítják, amint azt például Los [2003] írja. A kockázat mérőszáma az X valószínűségi változó esetén:

$$\sigma = \sqrt{E((X - E(X))^2)} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2} \quad (1)$$

Ennek négyzete a variancia. Mintából számított szórás esetén a nevezőben $n-1$ szerepel. Amennyiben a változónk nem diszkrét, hanem folytonos, akkor a fenti kifejezésben a szumma helyett integrált kell alkalmazni.

Egy idősor esetén előfordulhat, hogy a szórás számításánál figyelembe vesszünk minden eltérést az éppen aktuális átlagtól, tehát azt is, ami az idősor kezdetén – esetleg sok évvel ezelőtt, egy teljesen más gazdasági környezetben – született. Az átlag meghatározásánál ugyancsak szerepeltetjük ezeket a régi értékeket. Amennyiben a vizsgált adatunk (idősorunk) stacionárius, akkor az átlag és a szórás állandó, tehát ez nem jelent problémát.

Ez a mutatószám azonban csak a második momentumot tartalmazza, az annál magasabb rendűeket (például csúcsosság és ferdeség) nem, és ez a mérőszám nem is koherens.

A szórásból képezhetjük a relatív szórást, amely a szórás osztva az átlaggal.

b) Félszórás

A kockázat mérésénél sok esetben csak a veszteségek érdeklik az elemzőt, így a szórást érheti az a bírálat, hogy a nagy nyereségeket is éppen úgy bünteti, mint a nagy veszteségeket. E probléma kiküszöbölésére használják a félszórást. A félszórás (semistandard deviation, illetve variancia esetén semivariance) értéke Jorion [2007] alapján a következő:

$$\sigma = \sqrt{E((X - E(X))_+^2)} \quad (2)$$

ahol a $_+$ azt jelöli, hogy amennyiben az adott változó értéke pozitív, akkor 0-t vesszünk helyette, amikor pedig nem pozitív, akkor az eredeti értékét.

Ez a módszer azonban napjainkban sokkal kevésbé népszerű, mint a később ismertetett VaR, bár döntéseméleti modellek esetén használják.

Ennek egyik változata lehet az ún. „fél eltérés” (semideviation), amelyet például Krokmal és szerzőtársai [2011] mutatnak be. Ez a mutatószám az előbbihez hasonló, csupán annyi a különbség, hogy nem a negatív irányú eltérések négyzetes átlagát vesszük, hanem ezek számtani átlagát:

$$SD = E((X - E(X))_+) \quad (3)$$

Ez a mutatószám természetesen általánosítható első, illetve második momentumnál magasabb momentumra is.

Annak, hogy egyes mérőszámok csak a veszteségeket veszik figyelembe, jelentős gyakorlati alapja is van. Míg ugyanis a bankok a várható értéktől történő bármilyen eltérést kénytelenek figyelembe venni a kockázatok értékelése során, addig a biztosítók csak a negatív irányú eltéréseket, károkat.

c) A lehívás

A lehívás (drawdown) egy idősor adott intervallumon vett maximumától vett eltéréseinek és a maximumnak az arányát méri. A kiszámításának módja Jorion [2007] alapján a következő:

$$DD(X_i) = \frac{X^{max} - X_i}{X^{max}} \quad (4)$$

ahol $X^{max} = \max(x_0, x_1, \dots, x_T)$. A maximális lehívás ennek a maximuma a vizsgált időintervallumon. Az átlagos lehívás ennek az átlaga. Ez a mutató különösen akkor hasznos, ha a változó egyes értékei nem függetlenek egymástól, mert ekkor a kumulált veszteség is kiszámítható. A mutató nehezen használható előrejelzésre.

A módszer alkalmazása során meg kell határozni, hogy az idősor milyen hosszúságú részének keressük a maximumát.

d) Kockázatok idősorokban – ARCH és GARCH modellek

E modelleket ismerteti például *Hamilton* [1994]. Az ARCH (AutoRegressive Conditional Heteroschedasticity) modellekben a 0 várható értékű (illetve azzá tett) idősor második momentumának adott időpontbeli feltételes (az adott időpontban elérhető múltbeli információtól függő) várható értékét modellezzük:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p} \quad (5)$$

$$E(x_t^2 | A_{t-1}^{t-p}) = \sigma_t^2 \quad (6)$$

Ez egy ARCH(p) folyamat.

Az ARCH modellek jól illeszkednek például részvényárakra, kamatlábakra, valutárfolyamokra valamint inflációs rátákra.

A GARCH modellek az ARCH modelleknél annyival bővebbek, hogy a szórásnégyzet nem csak a változó elmúlt időszakbeli értékeitől, de a szórás korábbi értékeitől is függ. Egy GARCH(p, q) modell:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p} + b_1 \sigma_{t-1}^2 + b_2 \sigma_{t-2}^2 + \dots + b_q \sigma_{t-q}^2 \quad (7)$$

$$E(x_t^2 | A_{t-1}^{t-p, t-q}) = \sigma_t^2 \quad (8)$$

A GARCH modelleknek további kiterjesztései is vannak, ilyen például az IGARCH, az EGARCH és a TGARCH:

Az IGARCH modellekben azt tesszük fel, hogy az ARCH és GARCH tagok összege 1. A gyakorlatban ez az összeg 1 körül van. Ekkor a folyamat stacionárius. A TARCH modellek eltérő együtthatóval kezelik a pozitív és negatív sokkokat. Például:

$$\sigma_t^2 = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \dots + a_p x_{t-p} + b_1 \sigma_{t-1}^2 + c_1 \sigma_{t-1}^2 I(\sigma_{t-1}^2 < 0) \quad (9)$$

$$E(x_t^2 | A_{t-1}^{t-p, t-1}) = \sigma_t^2 \quad (10)$$

Az EGARCH modellekben a változó logaritmusát modellezzük.

A GARCH modellek egy fajtáját jelentik az APARCH (Asymmetric Power ARCH) modellek [lásd például Gregoriou és szerzőtársai 2010]. Ez a modell a változó szórását a következő egyenlettel becsüli:

$$\sigma_t^d = \lambda + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|x_{t-i}| - \gamma_i x_{t-i})^d + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^d \quad (11)$$

A modellben d értéke speciálisan 1, ha a szórást, 2, ha a varianciát modellezzük. A modell aszimmetrikus voltát a d és a γ paraméterek fejezik ki: ezek jelentik azt, hogy mennyivel reagál erősebben a változó a rossz hírekre, mint a jó hírekre. A volatilitás aszimmetriája:

$$\frac{1 + \gamma^d}{1 - \gamma} \quad (12)$$

Szimmetrikus PARCH modell esetén $\gamma_i = 0$ minden i -re. Ekkor a PARCH modell egy egyszerű GARCH modellnek felel meg.

e) Value-at-Risk – kockázatotott érték – modellek

A VaR (Jorion [2007] alapján) annak a mértéke, hogy mekkora lesz az a legnagyobb veszteség, amelynél nagyobb veszteséget csak egy alacsony, p valószínűséggel várhatunk. Ekkor tehát:

$$1 - p = \int_{-VaR}^{\infty} f(x) dx \quad (13)$$

ahol x a változónk értéke. A VaR azonban nem fejezi ki sem a legnagyobb lehetséges veszteséget, sem a veszteségek eloszlásáról nem mond semmit.

Hogyan érdemes megválasztani a p értékét? Ha p értékét túl nagyra (mondjuk 99,9 százalék) választjuk, akkor a VaR értéke nagyon magas lesz, azaz sok esetben nem informál a reálisan várható veszteségekről. Ha túl alacsony p értéke, akkor pedig a gyakorlatban túl sokszor lesz ez alatt a veszteség.

Amennyiben a valószínűségi változó eloszlása független az időtől, és az egyes értékek függetlenek egymástól, akkor: $VaR(T \text{ napos}) = VaR(1 \text{ napos}) \times \sqrt{T}$.

A VaR módszernek többféle megközelítése is létezik. Az egyik ilyen például a *delta-normál* módszer. Ez az eljárás feltételezi a kockázati tényezők normális eloszlását. Amennyiben ekkor a portfólió varianciája $\sigma^2(P_t)$, akkor a VaR értéke: $\alpha \sigma^2(P_t)$, ahol α a normális eloszlás $1-p$ -hez tartozó értéke. A módszer előnye az egyszerűsége. Hátránya, hogy nemlineáris hatásokat nem tud kezelni, valamint hogy a nagy szélsőségeket is alulbecsüli, hiszen ezek a gyakorlatban gyakrabban fordulnak elő, mint a normális eloszlás szerint kellene.

A második a *történelmi szimulációs* módszer. Jelölje P_t a portfólió t -beli értékét. Ezt befolyásolja n kockázati tényező: f_1, f_2, \dots, f_n . Ezeknek a tényezőknek a változásait (Δf_i) kapjuk a történelmi adatokból, amelyek segítségével megkapjuk a kockázati tényezők adott időpontbeli értékét: $f_{i,k} = f_i + \Delta f_i$. Ennek alapján megkonstruáljuk a portfólió értékét: P_k .

$$\text{Legyen } R_k = \frac{P_k - P_t}{t}$$

a portfólió értékének változása. A változások átlagának és p -edik percentilisének különbsége lesz a VaR. A módszer előnye, hogy nem él feltevessel a kockázat eloszlásáról. Hátránya, hogy múltbeli megvalósult kockázatokkal számol, ami a múltban – illetve annak vizsgált részében – nem valósult meg, az a számításba sem kerül bele.

A harmadik a *Monte-Carlo szimulációs módszer*. Ez hasonló az előzőhöz. A különbség annyi, hogy a Δf_i értékeket egy adott eloszlásból generáljuk álvéletlen számok segítségével. E módszer alkalmazása során a szimulációt többször is végre kell hajtani ahhoz, hogy a megfelelő VaR-hoz tartson a kapott eredmény. A számítás adott esetben bonyolult lehet.

A VaR-ral kapcsolatban két problémát említenek Gregoriou és szerzőtársai [2010]. Az első az, hogy a VaR túlzott kockázatviselésre ösztönözhet más mérőszámokhoz képest. Ennek oka az, hogy a VaR nem mond semmit a VaR alatt lévő veszteségekről, így ahol ez a veszteség várhatóan nagyobb, annak a portfóliónak/értékpapírnak a várható hozama is nagyobb, tehát azt fogjuk választani, pedig azt gondoljuk, hogy annak kockázata az alternatív portfólióéval azonos. A másik problémára Danielsson és szerzőtársai [2012] említenek példát: legyen X és Y két egymástól független, de azonos paraméterekkel rendelkező értékpapír:

$$X = \varepsilon + \eta, \text{ ahol } \varepsilon \sim i. i. d. N(0,1) \text{ és}$$

$$\eta = \begin{cases} 0, & p = 99,1\% \\ -10, & p = 0,9\% \end{cases} \text{ valószínűségeekkel.} \quad (14)$$

Ekkor az 1 százalékos VaR értéke 3,1, mert a -10 bekövetkezésének valószínűsége 1 százaléknál kisebb. Ha azonban veszünk egy X és egy Y értékpapírt, akkor a VaR értéke 9,8, ami nagyobb, mint külön-külön lenne a VaR-ok összege, azaz a diverzifikáció nem csökkentette, hanem növelte a VaR által számított kockázatot, tehát nem szubadditív, így nem is koherens.

A VaR-ral kapcsolatban Panning [1999] hangsúlyozza, hogy érhetősége, összehasonlíthatósága és praktikussága miatt jól használható mérőszám.

f) Feltételes VaR

A feltételes VaR-t ismerteti például Jorion [2007]. Ez a mutató azt számolja ki, hogy ha a veszteségünk a VaR-nál nagyobb, akkor mekkora a várható értéke. A feltételes VaR (CVaR) kiszámítási módja a következő:

$$CVAR = E(X|X < VAR) = \frac{\int_{-}^{VAR} xf(x)dx}{\int_{-}^{VAR} f(x)dx} \quad (15)$$

E mutatószám a gyakorlatban kevésbé használt, mint a VaR, pedig koherencia szempontjából jobb tulajdonságokkal rendelkezik, azaz mint azt Artzner és szerzőtársai [Artzner et al. 1999, Artzner 2000] megmutatták, a VaR-nál nem teljesülő

szubadditivitás itt teljesül. Éppen ezért az irodalomban többen [például Acerbi és Tasche 2001, Haberman és Vigna 2002] inkább az ilyen típusú mutatószámok használatát javasolják. Ezt azzal is alátámasztják, hogy az ilyen mutatószámok kiszámítása nem igényel több kapacitást, mint a VaR-é, ugyanakkor sokkal természetesebb kérdésre adnak választ, mint a VaR (a „*mekkora a várható veszteség?*”-re, a „*menyinél veszítünk csak többet adott valószínűséggel?*” helyett).

A CVaR-hoz hasonló kockázatot leíró mérőszám a *maximális veszteség* (maximum loss vagy worst case risk), amelyet Krokmal és szerzőtársai [2011] mutatnak be. Ez a kockázati mérőszám meglehetősen kockázatelutasító, azonban a gyakorlatban könnyű értelmezhetősége miatt mégis jól használható.

g) Torzítási kockázati mérőszámok – Distortion risk measures

Ezeket a mérőszámokat mutatják be például Gregoriou és szerzőtársai [2010], Wang [1996] valamint Gzyl és Mayoral [2008]. Ezekre igaz, hogy koherensek és konzisztensek a másodrendű sztochasztikus dominanciával. Egy X valószínűségi változó n -ed rendben sztochasztikusan dominálja az Y valószínűségi változót, ha minden z -re:

$$F_x^n(z) \leq F_y^n(z) \quad (16)$$

ahol

$$F_x^n(z) = \int_{-\infty}^z F_x^{n-1}(t) dt$$

és $F_x^1(z) = F_x(z)$, azaz az eloszlásfüggvény. Egy kockázati mérőszámot akkor nevezünk az n -edrendű sztochasztikus dominanciával ekvivalensnek, ha X akkor és csak akkor dominálja n -ed rendben sztochasztikusan Y -t, ha $\rho(X) \leq \rho(Y)$. Ogryczak és Ruszczyński [1999] megmutatták, hogy a szórás nem konzisztens a sztochasztikus dominanciával, azonban a félszórás a másodrendű sztochasztikus dominanciával már igen.

Definiáljunk egy $g: [0,1] \rightarrow [0,1]$ monoton növekvő függvényt, ahol $g(0) = 0$ és $g(1) = 1$. Ezen függvény eredményeként a nagyobb veszteségek nagyobb súllyal szerepelnek a kockázati mérőszámokban. Legyen $S(x) = 1 - F_X(x)$. A kockázati mérőszámot a következőképpen kapjuk:

$$\rho_g(X) = \int_{-\infty}^0 (g(S(x)) - 1) dx + \int_0^{\infty} g(S(x)) dx \quad (17)$$

Ez a mérőszám természetesen más lesz attól függően, hogy milyen függvényt használunk. Ahhoz, hogy a kockázati mérőszámunk koherens legyen, a g függvénynek szigorúan konkávnak kell lennie a másodrendű sztochasztikus dominancia szigorú teljesüléséhez [Wirch és Hardy 1999]. Egy lehetséges g függvényből megkapható a VaR is, de az nem lesz konkáv, és így koherens sem.

Gregoriou és szerzőtársai [2010], illetve Wang [1996] a következő g függvényeket sorolják fel:

- Beta-torzítás: $g(t) = \int_0^t \frac{1}{B(a,b)} v^{a-1} (1-v)^{b-1} dv$,

ahol $\beta(a, b) = \int_0^1 v^{a-1}(1-v)^{b-1} dv$, és $a \leq 1, b \geq 1$.

- Arányos kockázati transzformáció: $g(t) = t^a$, ahol $a \leq 1$.
- Kettős hatványfüggvény: $g(t) = 1 - (1-t)^a$, ahol $a \geq 1$.
- Denneberg abszolút eltérés: $g(t) = \begin{cases} (1+r)t, & \text{ha } 0 \leq t < 0,5 \\ r + (1-r)t, & \text{ha } 0,5 \leq t < 1 \end{cases}$
- Gini elv: $g(t) = (1+a)t - at^2$, ahol $0 \leq a \leq 1$.
- Négyzetgyök függvény: $g(t) = \begin{cases} \frac{\sqrt{1+rt}-1}{t} & \text{ha } r > 0 \\ \sqrt{1+r}-1 & \text{ha } r = 0 \end{cases}$
- Exponenciális függvény: $g(t) = \begin{cases} \frac{1-e^{-at}}{t} & \text{ha } a > 0 \\ 1-e^{-a} & \text{ha } a = a \end{cases}$
- Logaritmusos függvény: $g(t) = \begin{cases} \frac{\ln(1+rt)}{t} & \text{ha } r > 0 \\ \ln(1+r) & \text{ha } r = 0 \end{cases}$
- Wang transzformáció: $g(t) = \Phi(\Phi^{-1}(t) - \Phi^{-1}(c))$, ahol Φ a sztenderd normális eloszlás eloszlásfüggvénye
- Visszatekintés: $g(t) = t^a(1 - a \ln(t))$, ahol $0 < a < 1$.
- Várható veszteség (CVaR): $g(t) = \begin{cases} 1 & \text{ha } c < t \leq 1 \\ \frac{t}{c} & \text{ha } 0 < t < c \end{cases}$
- VaR: $g(t) = \begin{cases} 1, & \text{ha } c < t \leq 1 \\ 0, & \text{ha } 0 < t < c \end{cases}$

A konkáv monoton növekvő g függvények lineáris kombinációja $g(t) = \lambda g_1(t) + (1-\lambda)g_2(t)$, ahol $0 < \lambda < 1$, illetve kombinációja $g(t) = g_1(g_2(t))$ is monoton növekvő függvény lesz.

h) Spektrális kockázati mérőszámok – Spectral risk measures

E mérőszámokat mutatja be például Gzyl, Mayoral [2008], Cotter, Dowd [2006] és Acerbi [2002]. Ezek a mérőszámok a már definiált feltételes VaR (CVaR) mérőszámok konvex kombinációi. Hozzájuk társítható egy koherens kockázati mérőszám. A koherencia feltétele minden esetben az, hogy a nagyobb veszteségeknek legalább akkora súlyt adjon, mint a kisebbeknek. Ezért is nem koherens például a VaR. A mérőszám kiszámítása a következő módon történik:

$$\rho_{\Phi}(X) = - \int_0^1 q_X(u) \Phi(u) du. \quad (18)$$

ahol $q_u = \inf\{x | F(x) \geq u\}$ X eloszlásfüggvényének balról folytonos inverze. $\Phi(u)$ egy súlyfüggvény, amely a kockázatalutasítás mértékét fejezi ki. Ettől a súlyfüggvénytől a következő három tulajdonság teljesülését várjuk el:

- Nem-negativitás: $\Phi(u) \geq 0$ minden $0 \leq u \leq 1$ -re.
- Normalizáltság: $\int_0^1 \Phi(u) du = 1$.
- Gyenge monotonitás: $\Phi(u_1) \leq \Phi(u_2)$ minden $0 \leq u_1 \leq u_2 \leq 1$.

Cotter és Dowd [2006] a következő általános súlyfüggvényt ismertetik: $\rho_\gamma(u) = e(-u/\gamma)/(\gamma(1-e(-1/\gamma)))$, ahol $\gamma \in (0, \infty)$ a kockázatelutasítás mértéke: minél kisebb, annál jobban elutasítjuk a kockázatot. Acerbi [2002] a CVaR súlyfüggvényét a következő módon határozza meg:

$$\rho(u) = \begin{cases} \frac{1}{c} & \text{ha } 0 \leq u \leq c \\ 0 & \text{ha } c < u \leq 1 \end{cases} \quad (19)$$

Gzyl és Mayoral [2008] vizsgálták a torzító és a spektrális kockázati mérőszámok ekvivalenciáját. Bebizonyították, hogy ha Φ szakaszonként folytonos, lehetséges súlyfüggvény, X pedig olyan valószínűségi változó, hogy a spektrális kockázati mérőszáma véges, akkor $\rho_g(X) = \rho_\Phi(-X)$ koherens kockázati mérőszám, konkáv g függvényrel, amelyre $g'(u) = \Phi(u)$.

i) Altman csődelőrejelző modellje

A módszer egy vállalat hitelvisszafizető képességét méri, azaz a csőd kockázatát elemzi [lásd például Fight 2004, illetve Altman 1968].

A módszer elkészítése során Altman 22 változó felhasználásával készített diszkriminanciaelemzést egy 99 elemű mintán. Ebből öt változót vett figyelembe a végső elemzésnél a következő szempontok szerint:

- a változók szignifikanciája,
- a változók közötti korrelációk (ne legyen multikollinearitás),
- a modell előrejelző képessége,
- a változó népszerűsége az irodalomban.

A változókból képezte a Z mutatót. Az ennek kiszámítására használt képlet a következő:

$Z = 1,2 \times \text{működő tőke/összes eszköz} + 1,4 \times \text{nettó profit/összes eszköz} + 3,3 \times \text{kamatfizetés és adózás előtti profit/összes eszköz} + 0,6 \times \text{piaci érték/könyv szerinti érték} + \text{eladás/összes eszköz}$

Amennyiben a Z mutató értéke -4 és $2,675$ között van, akkor a csőd valószínűsége 1 éven belül magas. $1,999$ és $2,999$ között azonban átmeneti terület van, ekkor ez a mutató nem tud egyértelmű jelzést adni. $+3$ és $+8$ között a vállalat fizetőképes. Az Egyesült Államok cégeire ezen (egyéves időtávú) előrejelzés pontossága 95 százalékos volt. A modell kétéves előrejelzésre is megfelelőnek bizonyul Altman tesztjei szerint, 3–5 éves előrejelzés esetén azonban már túl sokat téved.

Meg kell azonban jegyezni a modellel kapcsolatban, hogy más ország esetén a súlyok, illetve a határok eltérőek lehetnek. Ugyancsak problémát jelenthet a pénzügyi adatok pontatlansága.

j) Argenti A-score modellje

Ez a modell az előzővel ellentétben nem pénzügyi mutatókkal számol [lásd Fight 2004]. A mutató *kvalitatív tulajdonságokhoz rendel pontértékeket*, majd ezeket összegzi. Ideális esetben a vállalat 0 pontot ér el az értékelés során. Amennyiben a vállalat eléri 25 pontot, a bukás valószínűsége jelentős. 18 és 25 pont között szürke terület van. Az egyes ismérvek és a hozzájuk tartozó pontértékek a következők:

- autokrata vezérigazgató: 8 pont,
- a vezérigazgató egyben elnök is: 4 pont,
- passzív felügyelőbizottság: 2 pont,
- kiegyensúlyozatlan felügyelőbizottság (túl sok közgazdász vagy túl sok mérnök): 2 pont,
- gyenge pénzügyi igazgató: 2 pont,
- gyenge menedzsment: 1 pont,
- költségvetés vagy költségvetési kontroll hiánya: 3 pont,
- cash flow terv hiánya vagy elavultsága: 3 pont,
- költségelemzés hiánya: 3 pont,
- elégtelen válasz a változásokra, divatja múlt termék, ósdi gyár, öreg igazgatók, elavult marketing: 15 pont,
- magas tőkeáttétel, szerencsétlen események könnyen bajba sodorhatják a vállalatot: 15 pont,
- túl gyors expanzió, túl alacsony alaptőke: 15 pont,
- kudarcba fulladó nagy projekt, kötelezettség, amelyet a vállalat probléma esetén nem tud teljesíteni: 15 pont,
- problematikus pénzügyi mutatók (pl. Z-mutató): 4 pont,
- kreatív könyvelés: 4 pont,
- nem pénzügyi jelek, például: piszkos irodák, befagyasztott fizetések, alacsony munkamorál, gyorsan változó vezetők: 4 pont.

Áttekintve a kockázatok elemzésének és mérésének legfontosabb kvalitatív és kvantitatív módszereit és mutatóit, megállapítható, hogy az egyes módszerek által adott kockázati mérőszám jelentősen különbözhet, amint azt például Panning [1999] egy példán keresztül be is mutatja.

A továbbiakban az országekockázat mérésére szolgáló kvalitatív és kvantitatív módszerekre térünk át.

3. AZ ORSZÁGKOCKÁZAT MÉRÉSE

Ebben a részben *a főbb hitelminősítők* országekockázati mutatóinak fontosabb jellemzőit mutatjuk be. Hangsúlyoznunk kell, hogy ezek a minősítések inkább a szuverénadós-kockázatra vonatkoznak, mint a teljes országekockázatra, így ez utóbbinak nem feltétlenül fedik le az egészét. Ezek az értékelések több kvalitatív és kvantitatív szempont alapján alakulnak ki. Természetesen a hitelminősítők egy országra vonatkozóan nem csak egyfajta mutatószámot készítenek el, az államkötvények kockázatoságát egyaránt vizsgálják rövid és hosszú távon, illetve aszerint, hogy külföldi vagy hazai valutában történik az eladósodás. Mivel ezen mutatók közül leginkább

a hosszú távú, külföldi valutában fennálló adósság kockázatosságát leírót szokták használni, ezért mi is ezt vizsgáljuk elsősorban. Az országgkockázat/szuverénadókockázat megfelelő mérése és értékelése azért fontos, hogy az esetleges nehézségek és problémák időben felszínre kerüljenek, és így be lehessen avatkozni. Ugyanakkor e mutatókkal kapcsolatban számos kétség merült fel már korábban is [lásd például Saini és Bates 1984], amelyeket azóta sem sikerült tökéletesen eloszlatni.

Az egyik legnagyobb hitelminősítő a *Moody's Investors Service*. Az ő hitelminősítési rendszerüket mutatja be *Cailleteau* [2008]. A szerző hangsúlyozza, hogy a módszertan önmagában még nem dönti el egy ország besorolását, csupán iránymutatásként szolgál, és egy viszonylag szűk sávba helyezi a lehetséges besorolást. Az értékelés elkészítése három lépésből áll:

- Az adott ország gazdaságának, illetve egy esetleges sokkhatásra való reakciójának vizsgálata: itt egyaránt megjelennek kvantitatív szempontok (pl. GDP/fő vásárlóerő-paritáson mérve), illetve kvalitatív szempontok (pl. tulajdonjogok védelme, átláthatóság). Ennek alapján a következő öt kategória egyikébe sorolják az országot: *nagyon erős, erős, közepes, gyenge, nagyon gyenge*.
- A kormányzat pénzügyi sebezhetőségének vizsgálata: itt két alapvető szempontból vizsgálódik a hitelminősítő: a kormányzat fizetési kötelezettségeivel mennyire állíthatóak szembe források (pl. adóemelések), illetve hogy egyes váratlan események mennyire befolyásolják a visszafizetés lehetőségét. Vizsgálják azt is, hogy mennyire tartható fenn az adósság, hogy milyen az adósságpálya dinamikája, mennyire képes a kormányzat hozzájutni pénzügyi forrásokhoz, illetve mennyire képes alkalmazkodni a változó körülményekhez.
- A konkrét minősítés meghatározása további tényezők figyelembevételével.

A minősítések alapján a következő kilenc csoport jön létre:

- Aaa - kivételesen erős, egy sokk sem befolyásolhatja a fizetőképességét,
- Aa - nagyon erős, nincs középtávú fizetési probléma,
- A - erős, nincs középtávú fizetési probléma,
- Baa - a kormányzat képes megfelelő gazdaságpolitika fenntartására és a rövidtávú kötelezettségek teljesítésére,
- Ba - nem egyértelmű visszafizetési képesség, a sokkok komolyan veszélyeztetik,
- B - erős kétségek a fizetési képességgel kapcsolatban,
- Caa - magas kockázatú,
- Ca - közel a csődhez vagy csődben,
- C - csődben lévő, a visszafizetés valószínűsége alacsony.

Az Aa-Caa csoportokon belül van három-három alcsoport (pl. Aa1, Aa2, Aa3) - ezek közül mindig az 1-es végződésű a legerősebb. A négy felső kategóriában szereplő országok esetén ajánlja a Moody's a befektetést, míg a 4 alsó kategória országai tartoznak a befektetésre nem ajánlott, azaz spekulatív kategóriába.

Magyarország hosszú távú besorolása szerint 2013. áprilisában a Ba1 kategóriában volt található.

A három legnagyobb hitelminősítő közé tartozik a *Standard and Poor's* is. Az általuk alkalmazott módszertan leírását két ismertetőjük tartalmazza [Standard and Poor's 2011a és 2011b]. A Standard and Poor's az általa kialakított értékelés során 5 fő tényezőt vesz figyelembe:

- a) intézményi hatékonyság és politikai kockázat – hatékonyság, stabilitás, előreláthatóság, átláthatóság, elszámoltathatóság, statisztikai adatok megbízhatósága, fizetési kultúra, külső kockázatok;
- b) a gazdaság állapota és növekedési kilátások – jövedelmi szint, gazdasági növekedés, az ország gazdaságának diverzifikáltsága és a teljesítmény volatilitása;
- c) külső likviditás és nemzetközi befektetői pozíció – a valuta elfogadottsága, likviditás és eladósodottság;
- d) fiskális teljesítmény és rugalmasság – az államadósság változása, hosszú távú trendek, sebezhetőség, beavatkozási képesség, kamatkiadások;
- e) monetáris rugalmasság – a monetáris politika használatának képessége, a monetáris politika hitelessége, a transzmisszió hatékonysága.

Az öt tényező kvalitatív és kvantitatív szempontjai alapján az országokat 1-től 6-ig terjedő skálán értékeli, ahol az 1 a legerősebb, a 6 a leggyengébb. Ebből az öt tényezőtől létrejön egy minősítés, amelyet további tényezők alapján esetleg módosíthatnak, létrehozva a végső minősítést. Ezek a további tényezők lehetnek például a nagyon gyenge külső likviditás, a nagyon gyenge pénzügyi helyzet, nagyon magas politikai kockázat, természeti katasztrófa.

Meg kell jegyezni, hogy a Standard and Poor's jelenleg használt minősítési rendszerében már figyelembe veszi a 2008–2009-es válság tapasztalatait is.

Az így kapott értékelés alapján az országokat a következő kategóriákba sorolják:

- AAA – különösen erős pénzügyi képesség a követelések teljesítésére,
- AA – nagyon erős pénzügyi képesség a követelések teljesítésére,
- A – különösen erős pénzügyi képesség a követelések teljesítésére, de érzékeny a negatív gazdasági hatásokra,
- BBB – megfelelő képesség a követelések teljesítésére, de jobban ki van téve a kedvezőtlen gazdasági hatásoknak,
- BB – kevésbé sérülékeny rövid távon, de a negatív gazdasági események jelentős bizonytalanságot hordozhatnak,
- B – erősebben ki van téve a kedvezőtlen gazdasági hatásoknak, de jelenleg még képes teljesíteni kötelezettségeit,
- CCC – a jelenben is sebezhető és függ a gazdasági környezet kedvező alakulásától,
- CC – a jelenben erősen sebezhető,
- C – még fizetőképességű, de már csődeljárás indult ellene,
- D – fizetésképtelen, csődben lévő.

Az AA és a CCC minősítések között itt is találhatunk 3–3 alcsoportot: plusszal jelölve a kategória közepénél jobbat, jelölés nélkül hagyva a kategória közepének megfelelőt, mínusszal jelölve a kategória közepénél gyengébbet. A Moody's minősítéséhez hasonlóan itt is két részre oszthatók a kategóriák: a BBB kategóriában, illetve a felette lévő csoportokba tartozó országok befektetésre ajánlottak, míg az ennél alacsonyabb besorolású országok spekulatívnak minősülnek, befektetésre nem ajánlottak. Magyarország besorolása 2013 áprilisában BB.

A hitelminősítő több helyen is hangsúlyozza, hogy a minősítés nem egy abszolút mérték vagy egy konkrét ajánlás a befektetésre vonatkozóan, csupán egy vélemény a minősített fizetési hajlandóságára vonatkozóan, a beruházási döntések számtalan tényezői közül pedig csak az egyik szeretne lenni.

A három legnagyobb hitelminősítő minősítési rendszerének bemutatásából még hátra van a *Fitch Ratings* módszerének bemutatása [Fitch Ratings 2012, 2013]. A Fitch Ratings a korábban bemutatott minősítőkhöz hasonlóan egyaránt figyelembe vesz kvalitatív és kvantitatív jellemzőket. Az értékelésnél a hitelminősítő a következő négy fő szempont szerint mérlegel:

- a) makrogazdasági teljesítmény és kilátások (pl. reál GDP növekedése és volatilitása, infláció),
- b) a gazdaság strukturális jellemzői, különösen a pénzügyi szektor állapota (pl. pénzkiálat/GDP, GDP/fő, kormányzati működés hatékonysága, tartalékvalutaszerep, államcsőd óta eltelt évek száma),
- c) közpénzügyek, különösen a költségvetési hiány, illetve az adósság összetétele és nagysága, valamint a fiskális rugalmasság,
- d) a gazdaság külső helyzete, különösen a folyó fizetési mérleg egyenlege, az államadósság szintje, a valutatartalék nagysága, illetve a külföldi kamatszolgálat.

Az értékeléseket ezen kategóriák 18 változójának figyelembevételével állítják össze, végül egy (évente frissített) modell segítségével határoznak meg egy *pontszámot*, amely a besorolás alapjául szolgál, de amelytől el lehet térni. Az így kapott minősítés alapján az egyes országok a következő kategóriákba sorolhatók:

- AAA – a lehető legmagasabb osztályzat, ezeknél az országoknál a legkisebb a csődkockázat;
- AA – a csődkockázat nagyon alacsony, szinte alig tér el az előző kategóriától;
- A – alacsony csődkockázat, de romló gazdasági helyzet vagy körülmények esetén késedelmes fizetés fordulhat elő;
- BBB – közepes csődkockázat, romló gazdasági helyzet esetén a visszafizetés kétséges;
- BB – megnövekedett csődkockázat, az időben történő visszafizetést befolyásolhatják a gazdasági körülmények;
- B – jelentősen megnövekedett csődkockázat, az időben történő visszafizetés feltétele a gazdaság jó állapota;
- CCC – a csőd reális veszély, a visszafizetés kizárólag a gazdasági környezet függvénye;
- CC – a csőd valószínű;
- C – a csőd fenyegető;
- RD – részleges csőd, fizetés elmulasztása, de még nincs hivatalosan csőd;
- D – csőd.

Az előzőekhez hasonlóan most is léteznek a minősítéseken belül plusszal és mínusszal jelölt alkategóriák (kivéve az AAA kategóriánál és a CCC kategória alatt), illetve most is kétféle bonthatók a csoportok: az AAA és a BBB közötti osztályzat esetén az adott ország befektetésre ajánlott, míg BB alatt spekulatív.

A hitelminősítő hangsúlyozza, hogy az értékelés nem teljes, azért tulajdonképpen felelősséget nem vállal, és a minősítés semmilyen szempontból sem jelent ajánlást, sőt a befektetésre ajánlott, illetve spekulatív kategóriák sem ajánlást jelentenek, csupán a piaci megszokás miatt nevezik így ezt a két kategóriát.

Magyarország besorolása ennél a hitelminősítőnél 2013 áprilisában BB+.

Nem tartozik a három nagy hitelminősítő közé a *Japan Credit Rating Agency*, azonban értékelési rendszerét röviden ismertetjük a cég leírása alapján [Japan Cre-

dit Rating Agency 2012, 2013]. A cég a minősítésekről szóló döntésnél a következő szempontokat veszi figyelembe:

- a) pénzügyi helyzet – trendek a költségvetési egyenlegben, államadósság a GDP arányában (történelmi adatok figyelembevételével), államadósság lejárata;
- b) külső pozíció – külső adósság feltételei, fizetési mérleg, árfolyamrendszer, valutatartalék;
- c) gazdasági helyzet – növekedési potenciál, gazdasági erőforrások, GDP/fő;
- d) társadalmi és politikai helyzet – stabilitás;
- e) pénzügyi rendszer – szabályozás és felügyelet, a hitelezők helyzete;
- f) gazdaságpolitika – hatékonyság, fenntarthatóság, cselekvőkészség;
- g) nemzetközi kapcsolatok – politikai és gazdasági kapcsolatok, biztonság.

A minősítő a hosszú távú hitelminősítésekre a következő kategóriákat alkalmazza:

- AAA – a legmagasabb szintű képesség a hitelek visszafizetésére,
- AA – nagyon magas szintű képesség a hitelek visszafizetésére,
- A – magas szintű képesség a hitelek visszafizetésére,
- BBB – megfelelő kapacitás a hitelek visszafizetésére, ez azonban a jövőben nagyobb valószínűséggel csökken, mint a felsőbb kategóriákban,
- BB – bár jelenleg nincsenek fizetési problémák, ez azonban lehet, hogy nem így lesz a jövőben,
- B – alacsony szintű képesség a tartozások visszafizetésére, aggodalomra van ok,
- CCC – vannak a visszafizetésben bizonytalanságot okozó tényezők,
- CC – nagy csődkockázat,
- C – nagyon nagy csődkockázat,
- D – csőd.

E hitelminősítőnél is lehetséges a + vagy – jellel ellátott alcsoportok létrehozása az AA és a B kategóriák között. Az intézmény a fentiekén kívül tervezi egy LD (korlátozott csőd) kategória létrehozását is. Ennek oka az, hogy a jelen definíciók szerint a hitelezőkkel való megegyezés esetén az adott ország nem kerül a D kategóriába. Magyarország besorolása ezen minősítőnél 2013 áprilisában BBB.

Egy további, nem a legnagyobb három közé tartozó hitelminősítő a szintén japán *Rating and Investment* [Rating and Investment Information 2012 és 2013]. A hitelminősítő a minősítési döntés során három tényezőcsoportot vesz figyelembe: a pénzügyi kondíciókat és a finanszírozási struktúrát, a gazdasági, pénzügyi és társadalmi helyzetet, és a gazdaságpolitika irányítását.

A *pénzügyi helyzet* elemzéséhez tartozik a költségvetési egyensúly (költségvetési hiány a GDP arányában, az adórendszer megfelelősége és a fiskális rendszer fenntartásának valószínűsége), az adósságteher (adósság/GDP, GDP/fő és az adósság trendje) és a lehetséges későbbi fiskális korlátok. A pénzügyi helyzettel azonos kategóriába tartozik a finanszírozási struktúra. Ehhez tartozik a hazai és külföldi források elérhetősége (a folyó fizetési mérleg egyenlegét, annak trendjét illetve a nettó befektetői pozíciót is beleértve), illetve a pénzügyi környezet esetleges megváltozásával kapcsolatos érzékenység.

A figyelembe vett tényezők második csoportjába tartoznak a *gazdasági*, valamint a *társadalmi és politikai tényezők*. A gazdaság állapotát leíró változók közé tartozik a gazdaság mérete és a jövedelem szintje (nominális GDP, GDP/fő), a gaz-

daság stabilitása és növekedési potenciálja (reál GDP növekedése, CPI változása, ipari termelés diverzifikáltsága, nemzetközi versenyképesség), illetve a pénzügyi rendszer és a gazdasági működés finanszírozásának stabilitása (hitelállomány/GDP, hitelkínálat, pénzügyi rendszer stabilitása). A társadalmi és politikai tényezők közé a társadalom illetve a politikai rendszer stabilitása, a jogrendszer kiterjedtsége és a korrupció szintje tartoznak.

A harmadik fő szempont a *fiskális és monetáris politika megfelelése*: felismerik-e mit kell tenni és képesek-e cselekedni.

Az értékelés során a hitelminősítő figyelembe vesz kvalitatív és kvantitatív szempontokat egyaránt. A hitelminősítő a leírásban hangsúlyozza, hogy az egyes tényezőknek nincs fix súlya.

Az előbbi három szempont alapján a hosszú távú adósságot a hitelminősítő a következő kategóriákba sorolja:

- AAA – a legmagasabb szintű hitelképesség,
- AA – nagyon magas szintű hitelképesség,
- A – magas szintű hitelképesség,
- BBB – megfelelő szintű hitelképesség, de néhány tényező figyelmet igényel nagyobb gazdasági sokkok esetén,
- BB – az adott pillanatban megfelelő szintű hitelképesség, de a gazdasági környezet megváltozása esetén néhány tényezőre oda kell figyelni,
- B – a hitelképesség kérdéses és néhány tényező folytonos odafigyelést igényel,
- CCC – létezik nem teljesített kötelezettség vagy olyan, amelyet valószínűleg nem fognak teljesíteni: a nem teljesített kötelezettséget nem is fogják teljesen kifizetni,
- CC – létezik nem teljesített kötelezettség vagy olyan, amelyet nagy valószínűséggel nem teljesítenek; a nem teljesített kötelezettséget csak részben fogják visszafizetni,
- C – létezik nem teljesített kötelezettség és nem is valószínű, hogy teljesülni fog.

Az AA és CCC kategóriák között (illetve esetleg a CC kategóriánál) a minősítések további csoportokra bonthatók + és – alcsoportok létrehozásával.

Ennél a minősítónél Magyarország minősítése 2013 áprilisában BBB-.

Amint látható tehát, az öt bemutatott hitelminősítő minősítési rendszere nagyon hasonlít egymáshoz, a módszertanban azonban találhatunk kisebb eltéréseket is. Az utóbbi években a hitelminősítőket rengeteg bírálat érte a nem megfelelő minősítések miatt – gondoljunk például a gazdasági válsághoz nagyban hozzájáruló toxikus értékpapírok minősítésére.

Országkockázattal kapcsolatos minősítéseket készít az OECD [2013] is, azonban ők hangsúlyozottan nem a szuverénadós-kockázatot, hanem a *teljes országkockázatot* nézik. Ez a besorolás Magyarország szempontjából azért kevésbé lényeges, mert az OECD nem osztályozza a magas jövedelmű országokat, és így Magyarországot sem. Az értékelt országokat 8 kategória valamelyikébe sorolják be, ahol 0 jelenti a legkevésbé kockázatos, és 7 a legkockázatosabbat. Az OECD az értékeléseket ritkábban változtatja, mint a hitelminősítők. Az értékelésnél egyaránt figyelembe vesz kvantitatív (korábbi fizetési tapasztalatok, pénzügyi és gazdasági helyzet) és kvalitatív szempontokat is.

Ugyancsak az egyes országok országkockázatát értékeli a *Euromoney*. Minősítése során [Euromoney 2011] egyaránt figyelembe vesz kvalitatív és kvantitatív szempontokat. Az értékelésbe beleszámító három kvalitatív szempont:

- politikai kockázat (30 százalékos súllyal és a következő szempontokkal: korrupció, kormányzati fizetési hátralék, a kormányzat stabilitása, átláthatóság, intézményi kockázat, szabályozási környezet);
- gazdasági teljesítmény (30 százalékos súllyal és a következő szempontokkal: bankrendszer stabilitása, GNP-re vonatkozó várakozások, munkanélküliségi ráta, közpénzügyek, monetáris politika/ a fizetőeszköz stabilitása);
- strukturális értékelés (10 százalékos súllyal, a következő szempontokkal: demográfia, kemény és puha infrastruktúra, munkaerőpiac).

Minden egyes szempont esetén 0 és 10 közötti pontot kap az adott ország (10 a legjobb) és így minden kategória maximális értéke 100 lesz.

Az értékelés során a kvantitatív szempontokból is hármat vesznek figyelembe:

- az adósság jellemzői (10 százalékos súllyal, a következő szempontokkal: adósság/GNP, adósságszolgálat/export. folyófizetési mérleg egyenlege/GNP),
- hitelminősítések (10 százalékos súllyal, a három nagy minősítő értékeléseit pontokká alakítva),
- pénz- és tőkepiacokhoz való hozzáférés (10 százalékos súllyal).

Ennek alapján alakul ki az értékelés egy 0 és 100 közötti skálán, ahol a 100 jelenti a legalacsonyabb kockázatot.

Az országkockázat, illetve a szuverénadós-kockázat mérésére használhatunk néhány kevésbé komplex mutatószámot is:

- A CDS (Credit Default Swap) egy biztosítás éves díja, amely az adott vállalat/ország csődjé ellen véd. A CDS nagysága azt fejezi ki, hogy a hitel hány százalékát kell biztosítási díjként befizetni évente, 100 bázispont esetén ennek nagysága 1 százalék. Hull és szerzőtársai [2004] vizsgálták a CDS és a hitelminősítők minősítései közötti kapcsolatot. Eredményeik szerint leminősítés esetén ez a kapcsolat létezik, felminősítés esetén azonban nem szignifikáns.
- Az EMBI (Emerging Market Bond Index) különböző országok kockázatosságát méri kötvényhozamok segítségével. Ezen mérőszámnak egyaránt létezik egy-egy országra vonatkozó és a feltörekvő országokat általánosan érintő változata.
- Egy ország kockázatosságának mérésére használhatjuk az adott ország hosszú lejáratú államkötvényeinek és egy másik, kevésbé kockázatos, és kevésbé volatilis kockázattal rendelkező ország (pl. Németország) hosszú távú államkötvényeinek különbségét.

Látható tehát, hogy egy ország kockázatosságának megítéléséhez sem áll rendelkezésre egyetlen vagy legjobb mutatószám, itt is ajánlott több tényező, illetve több, ezt valamennyire leíró mutatószám figyelembe vétele.

4. ÖSSZEFOGLALÁS

Tanulmányunkban néhány ismert, illetve kevésbé ismert módszert mutattunk be, amelyek segítségével értékelni lehet egy beruházás, alternatíva, értékpapír, stb. kockázatosságát. Mint látható, nincs egyetlen mérőszám, amely mindenre használható

lenne, azaz az elemző, illetve a döntéshozó feladata a megfelelő mutató(k) és az ahhoz tartozó paraméterek kiválasztása.

Mennyire lehet akkor egy ilyen elemzés objektív? A kvalitatív módszerek esetén az elemző szabadsága nagy, nincs számszerű keretek közé szorítva, így ott az eredmény is szubjektív lehet. A kvantitatív módszereknél – mivel többnyire kapunk egy számszerű végeredményt – az eredmény kevésbé lesz szubjektív, de mivel a modell felállításánál az elemzőnek néhány helyen döntenie kell, ezért itt is lesznek szubjektív elemek. Ilyen például a VAR-modellnél a p küszöbérték, amelynek meghatározása az elemző feladata. Szubjektivitáshoz vezethet azonban már a módszer kiválasztása is, hiszen az egyes módszerek mást tartanak fontosnak, másra helyezik a hangsúlyt, így az egyes alternatívák értékelésekor eltérő sorrendet is határozhatnak meg.

Bemutattuk az országgockázat értékelésének főbb módszereit, beleértve a legnagyobb hitelminősítők ebbéli gyakorlatát is. Látható, hogy bár a hitelminősítőknek van egy kialakult módszertana, némi lehetőség itt is van a besorolások szubjektív alakítására. Ez természetesen azt is jelenti, hogy az országgockázatnak sincs egyetlen legjobb mérőszáma, minden mérőszámot/mutatót csak tájékoztató jelleggel érdemes kezelni.

IRODALOM

- Acerbi, C. (2002): „Spectral measures of risk: A coherent representation of subjective risk aversion” *Journal of Banking and Finance* 26(7):1505–1518.
- Acerbi, C. és Tasche, D. (2002): „Expected Shortfall: A Natural Coherent Alternative to Value at Risk” *Economic Notes* 31(2):379–388.
- Allen, R., Schiavo-Campo, S. és Columkill G. T. (2004): *Assessing and Performing Public Financial Management*. Washington: The International Bank for Reconstruction and Development/ The World Bank
- Altman, E. I. (1968): „Financial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy” *The Journal of Finance* 23(4):589–609.
- Aven, T. és Vinnen, J. E. (2007): *Risk Management With Applications from the Offshore Petroleum Industry*. London: Springer
- Aven, T. és Renn, O. (2010): *Risk Management and Governance: Concepts, Guidelines and Applications*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag
- A-Moneim, A. M. (2005): *Risk Assessment and Risk Management, Center for Advancement of Postgraduate Studies and Research in Engineering Sciences*. Cairo: Faculty of Engineering – Cairo University
- Artzner, P. és Delbaen, F. és Eber, J-M. Heath, D. (1999): „Coherent Measures of Risk” *Mathematical Finance* 9(3):203–228.
- Artzner, P. (2000): „Application of Coherent Risk Measures to Capital Requirements in Insurance” *North American Actuarial Journal* 3(2):11–25.
- Balog D., Csóka P. és Pintér M. (2010): „Tőkeallokáció nem likvid portfóliók esetén” *Hitelintézeti Szemle* 9(1):604–616.
- Cailleteau, P. (2008): *Rating Methodology, Moody's Global Sovereign – Sovereign Bond Ratings*.

- http://www.moodys.com/researchdocumentcontentpage.aspx?docid=PBC_109490 Lekérdezve: 2013. április 23. 10:44
- Calow, P. P. (szerk.) (1998): *Handbook of Environmental Risk Assessment and Management*. Oxford: Blackwell Sciences Ltd
- Campbell, S. (2005): „Determining Overall Risk” *Journal of Risk Research* 8(7-8):569-581.
- Csóka P. (2003): „Koherens kockázatmérés és tőkeallokáció” *Közgazdasági Szemle* 50(10):855-880.
- Cotter, J. és Dowd, K. (2006): „Extreme Spectral Risk Measures: An Application to Futures Clearinghouse Margin Requirements” *Journal of Banking and Finance* 30(12):3469-3485.
- Danielsson, J., Jorgensen, B. N., Samorodnitsky, G., Sarma, M. és de Vries, C. G. (2005): „Fat Tails, VaR and Sub-additivity” *Journal of Econometrics* 172(2):283-291.
- Erb, C. B. és Harvey, C. R. és Viskanta, T. E. (1996): „Political Risk, Economic Risk and Financial Risk” *Financial Analysts Journal* 52(6):29-46.
- Euromoney (2011): *Euromoney Country Risk Methodology*. <http://www.euromoney.com/Article/2773899/Euromoney-Country-Risk-Methodology.html> , Lekérdezve: 2013. május 6. 15:37
- Fight, A. (2004): *Credit Risk Management*. Oxford: Elsevier Butterworth-Heinemann
- Fitch Ratings (2012): *Sovereign Rating Criteria*. http://www.fitchratings.com/creditdesk/reports/report_frame.cfm?rpt_id=685737 Lekérdezve: 2013. április 25. 13:57
- Fitch Ratings (2013): *Definitions of Ratings and Other Forms of Opinion*. http://www.fitchratings.com/web_content/ratings/fitch_ratings_definitions_and_scales.pdf Lekérdezve: 2013. április 25. 10:52
- Fürst A. (2004): „A bányászati tevékenység kockázata” *Bányászati és Kohászati Lapok* 137(2-3):12-18.
- Garrick, B. J. (2008): *Quantifying and Controlling Catastrophic Risks*. Burlington: Elsevier
- Gregoriou, G. N., Hoppe, C. és Wehn, S. C. (szerk.) (2010): *The Risk Modeling Evaluation Handbook*. New York: The McGraw-Hill Companies
- Gzyl, H. és Mayoral, S. (2008): „On a relationship between distorted and spectral risk measures” *Revista de Economía Financiera* 15:8-21
- Haberman, S és Vigna, E. (2002): „Optimal Investment Strategies and Risk Measures in Defined Contribution Pension Schemes” *Insurance Mathematics and Economics* 31(1):35-69.
- Hamilton, J. D. (1994): *Time Series Analysis* New Jersey: Princeton University Press
- Haslett, W. V. (2010): *Risk Management, Foundations for a Changing Financial World* New Jersey: John Wiley & Sons Inc.
- Homolya D. és Benedek G. (2007): „Banki működési kockázat elemzése - katasztrófamodellelés” *Hitelintézési Szemle* 6(4):358-385.
- Homolya D. (2009): „Környezeti kockázatok felmérése - Paraméterek bizonytalanságának hatása a kockázatkezelési döntéshozatalra” *Vezetéstudomány*, 40(3):10-18. o.

- Homolya D. (2012): „A bankok által alkalmazott működési kockázatkezelési módszerek és az intézményméret viszonya” *Hitelintézeti Szemle* 11(2):111–142.
- Hoti, S. és McAleer, M. (2004): „An Empirical Assessment of Country Risk Ratings and Associated Models” *Journal of Economic Surveys* 18(4):539–588.
- Hull, J., Predescu, M. és White A. (2004): „The relationship between credit default swap spreads, bond yields, and credit rating announcements” *Journal of Banking & Finance* 28(11):2789–2811.
- Japan Credit Rating Agency (2012): *JCR considers modifying „Types of Credit Ratings and Definitions of Rating Symbols”*.
<http://www.jcr.co.jp/reportqa/pdf/en/2012070510e.pdf?PHPSESSID=1ab19f729dd6965bb38fa45534faecdc> Lekérdezve: 2013. május 3. 13:31
- Japan Credit Rating Agency (2013): *Rating Methodology – Sovereign and Public Sector Entities*. http://www.jcr.co.jp/english/coc/coc13_2.pdf Lekérdezve: 2013. május 3. 13:30
- Jorion, P. (2007): *Financial Risk Manager Handbook*. Hoboken: John Wiley & Sons Inc.
- Kaplan, S. és Garrick, B. J. (1981): „On the Quantitative Definition of Risk” *Risk Analysis* 1(1):11–27.
- Knight, F. H. (1921): *Risk, Uncertainty and Profit*. New York: Hart, Schaffner and Marx
- Krokhmal, P., Zabaranin, M. és Uryasev, S. (2011): „Modeling and optimization of risk” *Surveys in Operations Research and Management Science* 16(2): 49–66.
- Los, C. (2003): *Financial Market Risk: Measurement and Analysis* London: Routledge
- Nordal, K. B. (2001): „Country risk, Country risk indices and valuation of FDI: a real options approach” *Emerging Markets Review* 2(3):197–217.
- OECD (2013): *Country Risk Classification*.
<http://www.oecd.org/tad/xcred/crc.htm> Lekérdezve: 2013. május 6. 14:35.
- Oetzel, J. M., Bettis, R. A. és Zenner, M. (2001): „Country Risk Measures: How Risky Are They?” *Journal of World Business* 36(2):128–145.
- Ogryczak, W. és Ruszczyński, A. (1999): „From stochastic dominance to mean-risk models: Semideviations as risk measures” *European Journal of Operational Research* 116(1):33–50.
- Panning, W. H. (1999): „The Strategic Uses of Value at Risk: Long Term Capital Management for Property/Casualty Insurers” *North American Actuarial Journal* 3(2):84–105.
- Rating and Investment Information (2012): *R&I’s Analytical Approach to Sovereigns*.
http://www.r-i.co.jp/eng/body/cfp/topics_methodology/2012/03/topics_methodology_20120316_807537779_01.pdf Lekérdezve: 2013. május 2. 14:29
- Rating and Investment Information (2013): *Rating Symbols and Definitions*.
<http://www.r-i.co.jp/eng/cfp/about/definition.html> Lekérdezve: 2013. május 2. 14:31
- Saini, K. G. és Bates, P. S. (1984): „A Survey of the Quantitative Approaches to Country Risk Analysis” *Journal of Banking and Finance* 8(2):341–356.

- Shapira, Z. (1995): *Risk Taking: A Managerial Perspective*. New York: Russell Sage Foundation.
- Standard and Poor's (2011a): *Sovereigns: Sovereign Government Rating Methodology and Assumptions*. <http://www.standardandpoors.com/prot/ratings/articles/en/us/?articleType=HTML&assetID=1245350226621> Lekérdezve: 2013. április 24. 14:08.
- Standard and Poor's (2011b): *Guide to Credit Rating Essentials – What are Credit Ratings and How Do They Work?* http://img.en25.com/Web/StandardandPoors/SP_CreditRatingsGuide.pdf Lekérdezve: 2013. április 24. 14:08
- Wang, Shaun (1996): „Premium Calculation by Transforming the Layer Premium Density” *ASTIN Bulletin* 26(1): 71–92
- Wirch, J. L. és Hardy, M. R. (1999): *Distortion Risk Measures: Coherence and Stochastic Dominance*. Working paper, Department of Actuarial Mathematics and Statistics, Heriot-Watt University, U.K.