SZÜLE BORBÁLA

SZOLVENCIATŐKE MINT FIXPONT

A tanulmányban a szerző a fixpont-iteráció témájával foglalkozik egy elméleti modellben, a biztosítók szolvenciatőkéjének számolásával kapcsolatban. A téma aktualitását a biztosítók tőkemegfelelésével összefüggő Szolvencia II. európai uniós irányelv előreláthatólag közeljövőben várható bevezetése mutatja. Az eredmények alapján megállapítható, hogy az elméleti modellben a biztosítók szolvenciához kapcsolódó tőkeszükséglete matematikai értelemben vett fixpontként is értelmezhető. Bár a gyakorlati tőkeszükséglet-számítások a tanulmányban bemutatottnál jóval összetettebbek, az elméleti eredmények a szolvenciatőke-modellezés érdekes összefüggéseire világítanak rá.

BEVEZETÉS

Az Európai Unióban 2009-ben fogadták el a Szolvencia II. irányelvet[1], amelynek gyakorlati alkalmazása a közeljövőben várható. Ez az irányelv a biztosítók szolvenciamegfelelésével kapcsolatban is több szabályt határoz meg. A Szolvencia II. egészében véve hasonlóságot mutat a bankokra vonatkozó Bázel II. szabályozással is. Az egyik ilyen hasonlóság a kétféle szabályrendszer „pillérei" esetében mutatkozik meg. A Bázel II. szabályrendszerben például az első pillér *minimum tőkekövetelmény* meghatározását jelenti a bankok számára, a második pillér a *felügyeleti ellenőrzés* (supervisory review process) témájára vonatkozik (vagyis, hogy a bankok belső értékelését a felügyelet áttekinti), a harmadik pillért pedig a *nyilvános közzététel* (public disclosure) jelenti, amely az egyes kockázati mértékekre és a kockázatkezelési információkra vonatkozik. Ehhez hasonlóan a Szolvencia II. szabályrendszeren belül is kiemelt szerepe van a tőkekövetelmény meghatározásának, amelynek során többféle kockázatra vonatkozóan történik meg a kockázat elemzése [McNeil et al. 2005: 8–15].

A Szolvencia II. szabályok szerint a biztosítóknak legalább annyi saját tőkét kell tartaniuk, hogy az egy éves időtartamot tekintve fedezze a nem várt veszteségeket egy adott megbízhatósági szinten (a vállalkozás folytatásának elvét figyelembe véve). A Szolvencia II. definíció alapján a szükséges tőke értékét *kockáztatott érték* (Value-at-Risk, VaR) számolással lehet megoldani.[2] A kockáztatott érték számolása során a biztosítók mérlegében szereplő eszközöknek, kötelezettségeknek és a saját tőkének is szerepe van.

Elméleti modellben könnyen bemutatható, hogy a VaR-ként számolható tőkekövetelmény értéke attól is függ, hogy mekkora saját tőkét tételezünk fel a számolás

A tanulmány a TÁMOP-4.2.2.B-10/1-2010-0023 projekt keretében kapott támogatással jelenik meg.

1 Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II)

2 Directive 2009/138/EC, Article 101

kiinduló adataként. Amennyiben például azt feltételezzük, hogy a tulajdonosok viszonylag sok saját tőkét bocsátanak a biztosító rendelkezésére, akkor az adott megbízhatósági szint eléréséhez szükséges tőkekövetelmény értéke viszonylag alacsony is lehet. Gyakorlati szempontból egyébként ez a nagyobb jelentőségű eset, mivel a biztosítók tőkeszintje gyakran magasabb, mint a valamilyen módon számított minimális tőke értéke. Ezzel együtt felmerülhet a kérdés, hogy mekkora az a kiinduló adatként megadott tőkeérték, amellyel a VaR-számolás eredményeként kapott tőkeszükséglet-érték éppen megegyezne. E feladat megoldását egy *fixpont-iterációval* kapcsolatos matematikai eredménnyel szemléltetjük a tanulmányban. Az elemzést egy elméleti modellben mutatjuk be, amely a biztosítók gyakorlati jellegzetességei közül néhány fontosabb tulajdonságra koncentrál. A gyakorlatban természetesen a tőkekövetelménnyel kapcsolatos számolások a tanulmányban szereplőknél jóval összetettebbek, a bemutatott eredmények viszont alkalmasak lehetnek a biztosítási tőkeszükséglet-számítás jellemzőinek szemléltetésére.

A fixpont-iteráció témája a közgazdaságtan számos más területén is felbukkan[3], így e téma tanulmányozása nemcsak a biztosítási modellezés szempontjából lehet előnyös. A témához kapcsolódó matematikai összefüggéseket ezzel együtt mindösszesze olyan mélységben tekinti át a tanulmány, hogy a biztosítási tőkeszükséglet-modellezéssel való kapcsolatok jól követhetők legyenek.

A következőkben az első fejezet áttekinti az eredmények levezetésére alkalmazott elméleti modellt. A második fejezetben a tanulmány bemutatja, milyen módon értelmezhető a szolvenciatőke értéke matematikai értelemben fixpontként, majd a harmadik fejezetben azzal foglalkozunk, hogy miként befolyásolják egyes, a biztosítási állományra jellemző paraméterek értékei a fixpontként is értelmezhető tőkeszükséglet értékét. A tanulmány végén a fontosabb megállapítások összegzése található.

1. A MODELL FELÉPÍTÉSE

A biztosítók tevékenysége a gyakorlatban viszonylag sokrétű és a szolvenciatőke gyakorlati modellezése is meglehetősen összetett. A következőkben a „klasszikus” biztosítási tevékenység fontosabb jellemzőit modellezzük. „Hagyományosan” a biztosítóknál a működés egyik alapelvének tekinthető a különböző biztosítási kockázatok vállalása biztosítási díjbevétel ellenében. A díjbevétel alapján a biztosítók díjtartalékot képeznek, illetve különböző (például pénzügyi) eszközökbe fektetik be a díjként befizetett összegek meghatározott részét. Ennek megfelelően a tanulmányban szereplő modellben a biztosító szerződések keretében biztosítási kockázatot vállal, az ügyfelek által befizetett díjak alapján számított díjtartalékot, illetve a rendelkezésre álló saját forrásait (tőkét) pedig pénzügyi eszközökbe fekteti.

A Szolvencia II. szabályok a tőkeszükséglettel kapcsolatban nem konstans értéket határoznak meg minden biztosító számára egységesen, hanem a szolvencia szempontjából fontos pénzügyi és biztosítási összefüggéseket, illetve a biztosítási

3 A közgazdasági modellekben alkalmazott fixponttételekkel is foglalkozik például Hegedűs és Zalai [1978].

állomány jellegzetességeit is figyelembe véve ez az érték biztosítónként különbözhet. A Szolvencia II. szabályok szerint a legalább szükséges tőke valamely biztosító esetében egy éves időtartamot tekintve, meghatározott (99,5 százalékos) megbízhatósági szinten számolható ki. A tőkeszükséglet meghatározása a kockáztatott érték (VaR) számolásával oldható meg:[4] *„It shall correspond to the Value-at-Risk of the basic own funds of an insurance or reinsurance undertaking subject to a confidence level of 99,5 percent over a one-year period."*

A gyakorlatban a tőkeszükséglet meghatározása meglehetősen összetett feladat. A *szolvencia-tőkekövetelmény* (Solvency Capital Requirement) számításánál a Szolvencia II. szabályok alapján a *nem életbiztosítási* (non-life underwriting risk), az *életbiztosítási* (life underwriting risk), az *egészségbiztosítási* (health underwriting risk), a *piaci* (market risk), a *működési* (operational risk) és a *hitelkockázatot* (credit risk)[5] kell figyelembe venni. A számolások során a működési kockázaton kívül a többi kockázat esetében számolt tőkeszükségleteket egy *korrelációkat is tartalmazó képlet* alapján összegzik (Basic Solvency Capital Requirement), majd ehhez hozzáadják a működési kockázatra vonatkozóan számított tőkeszükséglet-értéket, illetve még további korrekciók elvégzésére kerül sor.

A tanulmányban szereplő modellben a gyakorlati számításoknál jóval egyszerűbb módon történik a tőkeszükséglet meghatározása. Mindössze egyetlen fajta (biztosítási) kockázattal foglalkozunk a modellben, ezt azonban úgy definiáljuk, hogy megfeleljen a biztosítások általános jellemzőinek. Ilyen módon olyan modellkeretet alakítunk ki, amely életbiztosítási kockázatok és nem életbiztosítási kockázatok tanulmányozására is alkalmas.

A modellben egyéves időtávot tekintve kerül sor a kockázat mérésére. A feltevések szerint a biztosítási kötelezettségek az egyéves időtáv végén esedékesek. A biztosító mérlege esetében a modellben az egyéves időtartam alatt folyamatosan teljesül a következő összefüggés:

$$A = C + L \tag{1}$$

ahol:

A: eszközök összesen

C: a saját tőke értéke

L: a kötelezettségek értéke

A modell nem tartalmaz további egyéb mérlegtételeket (például ingatlanokat, időbeli elhatárolásokat).

A gyakorlatban a biztosítások egy része egyszeri díjas (amikor a díjat egy összegben fizeti az ügyfél), más esetekben azonban több időpontban is történhet díjfizetés. Ebben a modellben azt feltételezzük, hogy a biztosító ügyfelei egyszeri díjat fizetnek. A díjak egy része a gyakorlatban a költségeket fedezi, a modellben ezzel kapcsolatban feltételezzük, hogy a költségek azonnal esedékesek és a költségeket a befolyó díjból fizetik ki. A biztosító díjtartaléka ilyen esetben az egyszeri nettó díjak

4 Directive 2009/138/EC, Article 101

5 Directive 2009/138/EC, Article 101

összegével egyezik meg. Az egyszeri nettó díj egy adott biztosítási szerződés esetén a kötelezettségek várható jelenértékeként számítható ki a következőképpen:

$$\frac{B \cdot p}{1+i} \tag{2}$$

ahol:

B: a biztosítási összeg, amely a biztosítási szerződés alapján a szerződésben meghatározott személynek a biztosítási esemény bekövetkezése esetén fizetendő,

p: a biztosítási esemény bekövetkezésének valószínűsége,

i: a technikai kamat.

Valamely biztosítási szerződés esetében a modellben *p* valószínűségű a biztosítási esemény bekövetkezése, így az *i*-edik biztosítási szerződés esetében definiálható ξ_i (karakterisztikus) valószínűségi változó (i = 1, ..., n):

$$\xi_i = \begin{cases} 1 \text{ a biztosítási esemény bekövetkezésekor,} \\ 0\text{, ha a biztosítási esemény nem következik be.} \end{cases}$$

Az összesen bekövetkező biztosítási események száma (ξ valószínűségi változó) a ξ_i (karakterisztikus) valószínűségi változók összege, tehát binomiális eloszlású:

$$\xi = \xi_1 + \ldots + \xi_n \tag{3}$$

A ξ valószínűségi változó esetében a várható érték $E(\xi)=n \cdot p$, a variancia (szórásnégyzet) pedig $\sigma^2(\xi)=n \cdot p \cdot (1-p)$. Amennyiben n érték, vagyis a biztosító állománya megfelelően nagy, akkor a binomiális eloszlás a normális eloszlással közelíthető (ez már n=1000 esetében is teljesülhet, így a továbbiakban a normális eloszlással való közelíthetőséget feltételezzük). Mivel a biztosító egy év múlva mérhető eredménye az összesen bekövetkező biztosítási események számának függvénye, ezért a modellben a biztosító egy év múlva mérhető veszteségének jelenértéke is normális eloszlású valószínűségi változónak tekinthető. Jelölje a veszteség-jelenérték valószínűségi változót η:

$$\eta = \frac{B \cdot \xi}{1+k} - \frac{B \cdot n \cdot p \cdot (1+r) + C \cdot (1+r)}{(1+k) \cdot (1+i)} \tag{4}$$

ahol:

n: a biztosítási szerződések száma,

r: a befektetési hozam,

k: a veszteség-jelenérték számítása során a diszkontálásnál alkalmazott ráta,

C: a saját tőke értéke.

A befektetési hozam értékét konstansnak tekintjük, mivel a modellben csak egyetlen fajta (biztosítási) kockázattal foglalkozunk.

A *veszteség-jelenérték*, mint valószínűségi változó alapján kerülhet sor a modellben a tőkeszükséglet számolására VaR-ként. Normális eloszlású változóknál a VaR számolása a várható érték, a szórás és a figyelembe vett α megbízhatósági szint alapján történhet [McNeil et al.2005: 39]:

$$VaR(\alpha) = E(\eta) + \sigma(\eta) \cdot \Phi^{-1}(\alpha) \tag{5}$$

ahol $\Phi^{-1}(\alpha)$ a standard normális eloszlás eloszlásfüggvényének inverz függvényét jelenti.

Az (5) összefüggés alapján számolt tőkeszükséglet értelmezése a kockáztatott érték (VaR) definíciója alapján lehetséges. A szolvenciaszabályozással kapcsolatban például a CEA [2006] a VaR fogalmát úgy definiálja, hogy ha a VaR-nak megfelelő tőke tartására kerül sor, akkor a VaR számításánál alkalmazott megbízhatósági szintnek megfelelő a szolvencia valószínűsége, olyan értelemben, hogy az eszközök értéke legalább annyi, mint a *kötelezettségek* (regulatory liabilities) értéke, illetve az inszolvencia valószínűsége (1– α), ahol α az adott megbízhatósági szint. A modellben számított tőkeszükséglet értéke tehát az (5) összefüggés figyelembevételével:

$$B \cdot n \cdot p \cdot \left(1 - \frac{(1+r)}{(1+k)\cdot(1+i)}\right) - C \cdot \frac{(1+r)}{(1+k)\cdot(1+i)} + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \frac{B \cdot \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}}{(1+k)} \tag{6}$$

2. A SZOLVENCIATŐKE SZÁMOLÁSA FIXPONTKÉNT

A (6) összefüggés alapján megállapítható, hogy az adott megbízhatósági szinten számított tőkeszükséglet értéke attól is függ, hogy mekkora a biztosító részére kezdetben rendelkezésre álló saját tőke értéke. Felmerül az a kérdés, hogy mi lehet az a kezdetben rendelkezésre álló sajáttőkeérték (vagyis *C* érték), amely ugyanakkora, mint amekkora tőkeszükségletet ennek alapján meg lehet határozni:

$$C = f(C), \tag{7}$$

ahol az *f(x)* függvény a (6) képlet alapján számolható VaR meghatározásához kapcsolódik.

A (7) egyenletben *C* értéke bizonyos esetben fixpont-iterációval is kiszámolható. A (7) egyenlet gyökét iterációval úgy lehet meghatározni, hogy a gyök (ebben az esetben a szolvenciatőke) valamely közelítő értékét *f(x)* függvénybe behelyettesítjük, majd a kapott értéket újra behelyettesítjük a függvénybe és ezt az eljárást tovább folytatjuk. Ilyen módon a függvénybe behelyettesítéssel kapott értékek elméletileg végtelen tagú sorozatot alkotnak. Elméletileg, ha ez a sorozat konvergens és az *f(x)* függvény folytonos – mint a (7) összefüggésben szereplő függvény –, akkor a (7) összefüggésben keresett érték ezen sorozat határértéke [Obádovics–Szarka 2002: 603].

A fixpont-iteráció során a konvergencia az *f(x)* függvény alakjától is függ. Ha az *f(x)* függvény differenciálható valamely intervallumon (és ez az intervallum tartalmazza a függvény lehetséges értékeinek tartományát is), akkor a konvergencia kérdése azzal függ össze, hogy lehet-e találni olyan egynél kisebb konstans értéket (jelölje ezt például *d*), amelynél $|f'(x)| \le d$ minden lehetséges *x* értékre az adott intervallum belsejében (az intervallum maximális és minimális értékét kivéve). Tételezzük fel, hogy az iterációs algoritmus kezdő értéke az előzőekben említett intervallumból származik (amelyben az *f(x)* függvény differenciálható és amely a függvény lehetséges értékeinek tartományát is tartalmazza). Ebben az esetben belátható, hogy az ezzel a kezdőértékkel számolható – az *f(x)* függvénybe behelyettesített értékeket tartalmazó – sorozat konvergens és az $x = f(x)$ egyenletnek az előzőekben említett intervallumbeli egyetlen megoldásához konvergál [Obádovics–Szarka 2002: 604].

A modellben a biztosító tőkeszükségletének értékére vonatkozóan a (7) összefüggés tehát abban az esetben oldható meg a fixpont-iterációs módszerrel, ha

$$\left|\frac{\partial f(C)}{\partial C}\right|$$

nem nagyobb egy egységnyinél kisebb értéknél. A (6) képlet alapján

$$\left|\frac{\partial f(C)}{\partial C}\right| = \frac{1+r}{(1+k)\cdot(1+i)} \; .$$

A modellben feltételezhető, hogy az $(1+r)$ érték kisebb, mint az $(1+k)\cdot(1+i)$ szorzat, mivel i érték a modellben a technikai kamat, r érték a konstansnak feltételezett befektetési hozam, k pedig a pénzáramlások diszkontálásánál alkalmazott hozamérték.[6] A gyakorlatban a befektetési hozamok értéke nem konstans, de a biztosítók befektetéseire általában jogszabályi korlátozások vonatkoznak, ami a befektetési kockázatot meghatározott mértékben behatárolja. Amennyiben például feltételeznénk, hogy a befektetési hozam elméletileg kockázatmentesnek tekinthető, akkor a kockázatmentes befektetési hozam és a technikai hozam között szoros összefüggés lenne. Mivel ezenkívül a pénzáramlások diszkontálásánál alkalmazott hozam a pénzáramlások kockázatosságát is figyelembe veszi (a biztosító eredménye pedig nem tekinthető kockázatmentesnek a biztosítási kockázat következtében), ezért a modellben elfogadható feltevésnek tekinthető, hogy

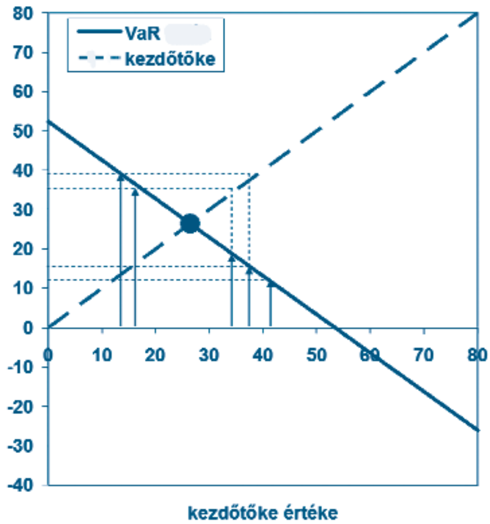
$$\frac{1+r}{(1+k)\cdot(1+i)} < 1 \; .$$

A konvergenciát lehetővé tevő ezen feltevés figyelembevételével az adott megbízhatósági szintnek megfelelő VaR-nak is tekinthető induló tőke értéke:

$$C^* = \frac{\frac{B\cdot n\cdot p}{1+k}\cdot\left(1-\frac{1+r}{(1+i)}\right)+\Phi^{-1}(\alpha)\cdot\frac{B\cdot\sqrt{n\cdot p\cdot(1-p)}}{1+k}}{1+\frac{1+r}{(1+k)\cdot(1+i)}} \qquad (8)$$

A (8) összefüggést és a C^* érték fixpont-iterációval történő számolását az *1. ábra* szemlélteti (B = 1, n = 10000, p = 0,05, k = 0,025, r = 0,015, i = 0,01, α = 0,995):

6 Az i, r és k értékek esetében feltételezhető, hogy értékük nem negatív a modellben.



Forrás: saját számítások

1. ábra: Szolvenciatőke meghatározása fixpont-iterációval

Mivel az 1. ábrán szereplő példában

$$\frac{1+r}{(1+k)\cdot(1+i)}<1 \quad ,$$

így a szolvenciatőke értéke fixpont-iterációs módszerrel is meghatározható. Valamilyen kezdőtőke-értéket feltételezve kiszámolható, hogy ehhez a kezdőtőkéhez mekkora VaR tartozik. Ha a fixpont-iterációs eljárás következő lépésében a kezdőtőke értékét a számolásokban ezzel a VaR értékkel megegyezőnek feltételezzük, akkor szintén számolható valamilyen szolvenciatőkeként értelmezhető VaR érték. A fixpont-iterációs eljárás konvergenciája következtében a második lépésben számolt VaR érték és a fixpontként is értelmezhető szolvenciatőke értéke közötti (euklideszi) távolság kisebb, mint az első lépésben számolt VaR érték és a fixpont között.

Az 1. ábra a konvergenciára tett feltevés értelmezését is elősegíti. Amennyiben például $1+r=(1+k)\cdot(1+i)$ teljesülne, akkor valamely kezdőtőke-értékből indulva az iterációs módszer minden lépésben ugyanazt a szolvenciatőke- (VaR) értéket, illetve kezdőtőke-értéket eredményezné. Hasonló módon problematikus lenne a fixpont „elérése” az iterációs módszerrel, ha $1+r>(1+k)\cdot(1+i)$, mivel ekkor az egyes iterációs lépésekkel a számolt tőke értéke nem közelebb, hanem egyre távolabb kerülne a fixponttól. Érdemes azonban hangsúlyozni, hogy a szolvenciatőke értéke $1+r=(1+k)\cdot(1+i)$ és $1+r>(1+k)\cdot(1+i)$ esetében is számolható a (8) képlet alapján, mindössze a fixpont-iterációs módszerrel történő számolás nem oldható meg ezekben az esetekben.

3. A BIZTOSÍTÁSI ÁLLOMÁNY JELLEMZŐINEK HATÁSAI

A szolvenciatőke értékét több tényező is befolyásolja. Mivel ebben a modellben mindössze a biztosítási kockázattal foglalkozunk (a befektetési kockázatot például konstansnak feltételezzük, így a pénzügyi kockázatot közvetlenül nem modellezzük), a szolvenciatőke értékére ható tényezők közül érdemes foglalkozni a biztosítási állomány jellemzőivel. A következőkben a modellfeltevések közül a biztosítási esemény bekövetkezési valószínűségének és a biztosítási állomány nagyságának hatását elemezzük. Azzal a kérdéssel is foglalkozunk, hogy e két tényező esetében van-e különbség a (8) képlet alapján *fixpontként értelmezhető tőke értékére* és a (6) képlet alapján számolható (valamilyen adott induló tőkeértéket feltételező) *tőkeszükséglet-értékre* gyakorolt hatás között.

A tőkeszükséglet-értékeket a számolások során érdemes elosztani $B \cdot n \cdot p$ értékkel, mivel így egy olyan mutatószám az eredmény, ami azzal is összefügg, hogy a biztosító mérlegén belül mekkora a tőke aránya. A (6) képletben szereplő tőkeszükséglet-értéket $B \cdot n \cdot p$ értékkel elosztva és a képletek jobb áttekinthetősége érdekében alkalmazva az

$$a = \frac{1+r}{(1+k)\cdot(1+i)}$$

jelölést, az eredményül kapott „relatív” tőkeszükséglet értéke:

$$(1-a) - C \cdot a + \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \frac{1}{1+k} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1-p}{p}} \tag{9}$$

A (9) képletben szereplő „relatív” tőkeszükséglet-érték csökken, ha a biztosító állományának mérete nagyobb (a biztosítási szerződések számát n jelöli). Ez az eredmény azzal is kapcsolatban van, hogy a modellben a biztosítási állománynál a biztosítási események számára vonatkozóan is teljesül a nagy számok törvénye. A (9) képlet alapján az is megállapítható, hogy a „relatív” tőkeszükséglet értéke nagyobb, ha a biztosítási események bekövetkezési valószínűsége kisebb, mivel a (9) képletben szereplő érték p szerinti parciális deriváltjának értéke negatív:

$$-\frac{1}{2} \cdot \Phi^{-1}(\alpha) \cdot \frac{1}{1+k} \cdot \frac{1}{\sqrt{n}} \cdot \sqrt{\frac{1}{p^3 \cdot (1-p)}} \tag{10}$$

A (10) képlet alapján kapott eredmény úgy is értelmezhető, hogy ha kevésbé valószínű a biztosítási esemény bekövetkezése, akkor a nettó díjak összegeként számolható $B \cdot n \cdot p$ kezdeti nettó díjtartalék értéke is kisebb, és ehhez a díjtartalékértékhez képest viszonylag nagyobb a tőkeszükséglet értéke kisebb valószínűséggel bekövetkező biztosítási eseménynél, mint nagyobb valószínűségű biztosítási eseménynél.

Az előzőkben szereplőkhöz hasonlóak az eredmények abban az esetben is, amikor a fixpontként is értelmezhető, a (8) képlet alapján számolható tőkeszükséglet értékének és a $B \cdot n \cdot p$ kezdeti nettó díjtartalék értékének hányadosát elemezzük. E hányados az előzőekben is alkalmazott a jelölés figyelembevételével:

$$\frac{1}{(1+k)\cdot(1+a)}-\frac{a}{1+a}+\frac{1}{1+a}\cdot\Phi^{-1}(\alpha)\cdot\frac{1}{1+k}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{1-p}{p}} \tag{11}$$

A (11) képletben szereplő „relatív” tőkeszükséglet-érték is kisebb, ha a biztosítási állomány nagyobb. Az is teljesül, hogy ha nagyobb a biztosítási események bekövetkezésének valószínűsége, akkor kisebb a „relatív” tőkeszükséglet, mivel a (11) képletben szereplő érték p szerinti parciális deriváltjának értéke a (10) képletben szereplő értékhez hasonlóan negatív:

$$-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1+a}\cdot\Phi^{-1}(\alpha)\cdot\frac{1}{1+k}\cdot\frac{1}{\sqrt{n}}\cdot\sqrt{\frac{1}{p^{3}\cdot(1-p)}} \tag{12}$$

Ahogyan azt a (10) és (12) képletek összehasonlítása mutatja, a p szerinti parciális deriváltak mindössze annyiban különböznek, hogy a fixpontként is értelmezhető tőkeszükséglet-érték esetében számolt derivált a másik derivált értékének és az

$$\frac{1}{1+a}$$

értéknek a szorzata. Mivel a modellben az

$$\frac{1+r}{(1+k)\cdot(1+i)}<1$$

elfogadható feltevésnek tekinthető, ezért

$$\frac{1}{1+a}<1$$

pozitív érték. A biztosítási esemény bekövetkezésének valószínűsége esetében történő (kis) változások tehát a modellben kisebb hatással vannak a „relatív” tőkeszükséglet értékére a fixpontként is értelmezhető szolvenciatőke esetében. A (9) és (11) képlet alapján hasonló eredmények adódnak a biztosítási állomány nagyságával kapcsolatban is: a biztosítási állomány nagyságának adott (kismértékű) emelkedése kisebb csökkenést okoz a „relatív” tőkeszükséglet értékében a fixpontként is értelmezhető szolvenciatőke esetében.

ÖSSZEFOGLALÁS

A biztosítók tőkeszükségletének meghatározása a hamarosan a gyakorlatban is alkalmazott *Szolvencia II. európai uniós irányelv* egyik központi témája. A tanulmány elméleti modellben, a gyakorlathoz képest egyszerűsítéseket jelentő feltevések alkalmazásával tőkeszükséglet-értékek számolásával foglalkozik. Bár a gyakorlatban a biztosítók szolvenciatőkéjének értékét sok tényező befolyásolhatja, az elméleti modellben lehetőség van kiemelten *a biztosítási kockázat hatásának* tanulmányozására.

A modellben levezethető, hogy milyen feltevések esetében lehetséges a szolvenciatőke értékét fixpont-iterációval meghatározni. Amennyiben ezek a feltevések teljesülnek, a biztosító adott időszak elején rendelkezésre álló induló tőkéje fixpontként úgy is meghatározható, hogy megegyezik a kockáztatott értékként (VaR) számolt tőkeszükséglettel. Az elméleti modell feltevései alapján a fixpontnak tekinthető tőkeszükséglet értéke, a modellben szereplő paraméterek alapján, képlettel is meghatározható.

A tanulmány a fixpontként is értelmezhető és a valamilyen tetszőleges módon meghatározott induló tőkét feltételező eljárással számított tőkeszükséglet-értékeket is összehasonlítja. Ez az összehasonlítás a kezdeti díjtartalék-értékhez viszonyítva történik a modellben, mivel a tőkeszükséglet és a kezdeti díjtartalék aránya egyfajta „relatív" tőkeszükségletként is értelmezhető és ez az arány azzal is kapcsolatban van, hogy a biztosító mérlegén belül mekkora a tőke értéke. Az összehasonlítás eredményeként megállapítható, hogy a modellben mindkét esetben kisebb a „relatív" tőkeszükséglet, ha nagyobb a biztosítási állomány vagy pedig a biztosítási esemény bekövetkezésének valószínűsége. Az is megállapítható az eredmények alapján, hogy e két paraméter változásának hatása a fixpontként is értelmezhető szolvenciatőke esetében kisebb.

A tanulmányban található eredmények a biztosítók tőkeszükségletével kapcsolatos számítások jellegzetességeit szemléltetik. A bemutatott, a biztosítások fontosabb jellemzői alapján létrehozott elméleti modellben viszonylag egyszerűen szemléltethetők a fixpont-iteráció alkalmazási lehetőségei is a tőkeszükséglet-számítással kapcsolatban. A témával kapcsolatos további kutatási lehetőségek közül a gyakorlat szempontjából a leginkább érdekes eredmények feltehetőleg *a pénzügyi kockázat* részletesebb modellezéséből adódhatnak.

IRODALOM

CEA [2006]: *CEA Working Paper on the risk measures VaR and TailVaR*

Directive 2009/138/EC of the European Parliament and of the Council of 25 November 2009 on the taking-up and pursuit of the business of Insurance and Reinsurance (Solvency II)

Hegedűs Miklós–Zalai Ernő [1978]: *Fixpont és egyensúly a gazdasági modellekben*. Közgazdasági és Jogi Könyvkiadó, Budapest.

McNeil, A.J.–Frey, R.–Embrechts, P.[2005]: *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools.* Princeton University Press.

Obádovics J. Gyula–Szarka Zoltán [2002]: *Felsőbb matematika*. Scolar Kiadó