BAKÓ BARNA

KOOPERÁCIÓ VAGY KONFLIKTUS?

2007. október 25-én az Ybl Klub rendezésében előadást tartott Budapesten a közgazdasági Nobel-emlékdíjas Robert J. Aumann. A következőkben Aumann életútjáról, munkásságáról adunk rövid összefoglalót.

BEVEZETÉS

Ki is Robert Aumann? Közgazdász, matematikus? Egy mélyen vallásos egyén, egy gondolkodó, vagy egy egyszerű, lezser figura? Ezzel a kérdéssel indít Sergiu Hart [2005] egy Aumann professzorral készített interjúban. Az adott beszélgetést olvasva az olvasó számára nyilvánvalóvá válik, hogy Robert Aumannról a fentiek közül kivétel nélkül mindegyik állítható. Erről bizonyosodhatott meg a magyar hallgatóság is a professzor által 2007. október 25-én tartott előadás során. A közgazdaságtanban elhíresült matematikus, akinek óriási szerepe volt a játékelmélet megalapozásában és annak közgazdasági alkalmazását illetően, számos alapvető és úttörő munkájával nemcsak koncepcionálisan, hanem matematikai mélységében és tisztaságában is markánsan befolyásolta a játékelmélet alakulását. Ugyanakkor nemcsak lényeges játékelméleti teljesítményt tudhat magáénak, hanem ezen felül kimagasló eredményeket ért el a matematika különböző területein, például a halmazértékű függvények integrálása, illetve a szubjektív valószínűség kapcsán.

1. ÉLETÚT

Robert Aumann 1930-ban született a németországi Frankfurt-am-Main-ban. A harmincas évek végén a család az Egyesült Államokba emigrált és New Yorkban telepedett le. A középiskolát New York-ban végezte, ahol kapcsolatba került az axiómák, a tételek, és a bizonyítások világával. Alapvetően a klasszikus matematika érdeklte, leginkább a komplex és a valós függvénytan, a differenciálgeometria, illetve a Fourier sorok. A számelméletet elbűvölőnek találta, hiszen (i) az adott problémák nagyon természetesek; (ii) megfogalmazásuk és formalizálásuk oly mértékben egyszerű, hogy egy általános iskolás is megérti; (iii) a megoldások igen gyakran nagyon bonyolultak, megértésük több éves felsőszintű matematikai tanulmányokat tételez fel; és (iv) az egész témakör teljesen haszontalan, gyakorlati alkalmazástól mentes, csupán intellektuális kihívás. Aumannt a „legtisztább" matematika érdekelte, amely igen népszerűnek bizonyult a múlt század második felében. A középiskolai tanulmányokat követően a Talmud kutatása és a matematikában való elmélyülés között hezitált, de egy éves vívódás után az utóbbi mellett döntött.

A Massachusetts Institute of Technology (MIT) graduális képzésében az algebrai topológiával, a modern matematika egyik ágával ismerkedett meg. Doktorátusi tézisét *George W. Whitehead* témavezetése alatt a csomóelmélet egyik nyitott kérdése témakörében írta, amelyre megítélése szerint hangsúlyozottan is igaz a számelmélet kapcsán már megfogalmazott négy pont. Bár az általános esetre nem sikerült megoldani az igencsak megoldhatatlannak tűnő problémát, annak egy speciális esetére megoldást adott.[1] 1954-ben, a doktori fokozat megszerzése után a Princetoni Egyetem egyik matematika intézetéhez, az Analytical Research Group-hoz, egy meglehetősen gyakorlatias problémákkal foglalkozó intézethez került, ahol egyik első feladata egy védelmi terv kidolgozása volt olyan esetre, amikor egy bizonyos város olyan repülőraj támadásával szembesül, amelyben néhány repülőgép nukleáris fegyverrel van felszerelve, míg az osztag más repülői csupán csalétekként szolgálnak. Az adott probléma megoldásában a játékelmélet eszköztárához nyúlt, amelyről korábban *John Nash*-től értesült. Kezdetben a Nash-sel folytatott, főleg párbajjátékokra vonatkozó beszélgetések során a játékelmélet nem keltett benne különösebb érdeklődést, a városvédelmi probléma megoldása azonban annál inkább. Ekkor kezdte el mélyebben foglalkoztatni egy-két játékelméleti kérdés.

1956 őszén az izraeli Héber Egyetem (Hebrew University of Jerusalem) matematika tanszékére került, ahol gyakorlatilag kisebb nagyobb megszakításokkal a mai napig folytatja tevékenységét. Hosszabb-rövidebb időszakonként megtaláljuk a Yale-en (1964–65), a Stanfordon (Institute for Mathematical Studies in the Social Sciences – Economics, 1975–76, 1980–81), a CORE-ban (Center for Operations Research and Econometrics at The Catholic University of Louvain), a Berkeleyn (1964, 1972) és Stony Brookban (Center for Game Theory of Stony Brook) is. Jelenleg a jeruzsálemi Héber Egyetem mellett működő, 1991-es alapítású Center for the Study of Rationality kiemelkedően meghatározó jelentőségű játékelméleti intézet vezetője.

Aumann 2005-ben *Thomas Schelling* amerikai tudóssal megosztva közgazdasági Nobel-emlékdíjat kapott az érdekek ütközésének és az együttműködés lehetőségeinek játékelméleti kutatásáért. Kutatásainak eredményei létjogosultságot nyertek a biztonságpolitika és a leszereléssel kapcsolatos politika alakításában, a piaci árképzésben, gazdasági és politikai jellegű tárgyalásokban egyaránt. Az adott játékelméleti elemzések segítik a konfliktusok és az együttműködés jobb megértését, és jelentősen hozzájárultak az árháborúk és kereskedelmi háborúk megmagyarázásához.

2. JÁTÉKELMÉLET

A játékelmélet megnevezése ellenére sokkal mélyebb és precízebb eszköztárral rendelkező tudományterület, mint ahogyan első látásra gondolnánk. Nem törekedhetünk pontos definícióra, sőt még az alapmodellek bemutatása sem lehetséges ilyen keretek között. Amire vállalkozunk, hogy egy-két példán keresztül érzékeltessük alkalmazási lehetőségeit.

Ha szűkszavúan szeretnénk definiálni a játékelméletet, azt mondhatnánk, hogy az nem más, mint a különböző interakciók – racionalitás feltevése melletti – elemzése.

1 Papakyriakopolousnak 1957-ben tizennyolcévi kutatást követően sikerült általánosan belátnia, hogy minden alternáló csomó aszférikus.

Interakció alatt nem feltétlenül csak emberek közötti közgazdasági cserefolyamatra gondolunk, hanem többek között gének közti biológiai kapcsolatra, vagy akár számítógépes hálózatok egységei közti kapcsolatra is.[2] A játékelmélet gyakorlatilag arra a kérdésre próbál meg választ adni, hogy az adott interakcióban részt vevő egyének számára mi lenne a legjobb cselekedet, ha azok további, szintén optimalizáló egyének cselekedeteivel szembesülnének. Minden szereplő tehát úgy próbálja meg az általa elérhető lehető legjobb kimenetelt biztosítani, hogy tisztában van azzal, hogy ezáltal hatással van a többiek által elérhető kimenetelre. Mondhatni játékban (konfliktusszituációban) vesznek részt. Játékelméletről formálisan *Neumann János* és *Oscar Morgenstern The Theory of Games and Economic Behavior* című könyvének 1940-es megjelenése óta beszélhetünk. A kezdeti néhány érdekelt kutatót több ezer követte, mára a játékelméletet mint különálló tudományterületeket meghódító módszertant, formalizálási eszköztárat, gondolkodási formát tarthatjuk számon.

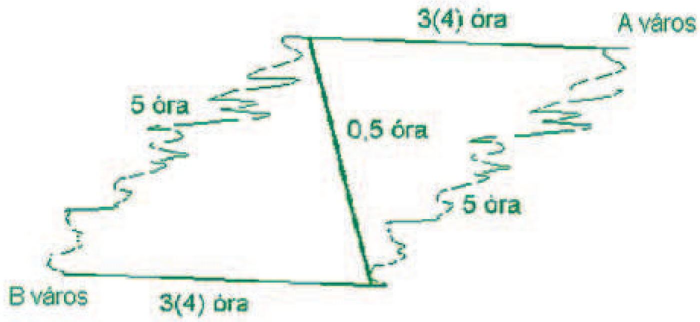
Az egyik legfontosabb kérdés, amit az adott eszköztárral meg kívánunk válaszolni, hogy a fent említett szituációkban találunk-e valamilyen kívánalmaknak megfelelő egyensúlyi állapotot? A válasz számos esetben igen.[3]

Kérdésfelvetéséből adódóan a játékelmélet egyértelmű alkalmazási területe a különböző piaci szituációk elemzése. A játékelméleti vonatkozású piacszerkezeti irodalom óriási kiterjedésű. Ezek bemutatása helyett mi a továbbiakban egy hétköznapi példával azt kívánjuk szemléltetni, hogy a játékelmélet hogyan alkalmazható a piacszerkezeti modellektől eltérő szituációk megértésére és az adott szituáció lehetséges kimeneteleinek előrejelzésére. Tekintsük ennek érdekében a forgalomszervezést és az úthálózat fejlesztését. Játékelméleti eszközökkel könnyen belátható, hogy a közhiedelemmel ellentétben az új utak megépítése miért nem csökkenti törvényszerűen a közlekedési dugókat. A válasz abban rejlik, hogy az új utak építése arra ösztönzi az autótulajdonosokat, hogy gyakrabban üljenek a volán mögé, illetve az embereket arra, hogy több gépkocsit vásároljanak. A jobb érthetőség érdekében tekintsük az alábbi példát! Tegyük fel, hogy két igen fontos nagyváros között az 1. ábrának megfelelően egy hegygerinc húzódik! A két város közti közlekedés két eltérő útszakaszon valósítható meg, egy kezdetben a völgyben vezető útszakasszal, amely egy bizonyos távolság után szerpentines emelkedő majd ereszkedő útszakaszban folytatódik, vagy egy alternatív útvonalon, ahol kezdetben az igencsak kanyargós útszakaszt követően a hegygerincen átérve már egy egyenes völgyúton érhetjük el a másik várost. Tegyük fel, hogy mindkét útvonal szerpentines szakasza öt óra alatt, míg a völgyutak három óra alatt teljesíthetőek a megengedett sebességhatárok és forgalom mellett! A két város elérhetőségének fontossága következtében egy szép napon valamely döntéshozó arra az elhatározásra jut, hogy a hegygerincet átfúró fél órás autózást igénylő alagút megépítésével csökkenthető a városok közti közlekedés időtartama: egy harmadik útvonal is elérhetővé vált a két völgyutat összekötő alagút

2 A játékelmélet alkalmazási köre túlnyúl a közgazdaságtanon, megjelenik a biológiában, a jogban, a politikatudományban, a pszichológiában, a matematikában, a számítástechnikában, a kémiában, a statisztikában, stb.

3 A játék- és az egyensúlyfogalmak precíz megfogalmazására, valamint megoldási koncepciókra lásd Gibbons [2005].

megépítésével, amely ezáltal elvileg hat és fél óra alatt teljesíthető lenne. Csakhogy az alagút átadását követő első napon, majdhogynem mindenki a kevesebb autózást ígérő alternatívát választja, aminek következtében az adott útvonal völgyúti szakaszain dugó alakul ki és a kezdeti három óra helyett csak négy óra alatt lesz teljesíthető. Így összességében nyolc és fél óra alatt érhető el a másik település az adott útvonal választása mellett. Sajnos az adott útvonal-alternatívától egyoldalúan eltérni nem igazán érdemes, ha belegondolunk, hogy ezáltal az ötórás szerpentin utat választva legalább 9 órát kellene autóznunk. Az eredmény tehát nyolc és fél óra autózás a kezdeti alagútmentes nyolchoz képest. És akkor még nem beszéltünk az alagút kivitelezésének költségeiről.



1. ábra. Közlekedési játék

Számos más példával is szemléltethető a játékelmélet különböző tudományterületeken való alkalmazásának lehetősége és jelentősége.[4]

Ha a játékelmélet gyakorlati hasznát praktikusan kívánjuk mérlegelni, akkor ismételten tekintsünk egy földhözragadt példát, a rádiófrekvenciák árverés útján történő értékesítését. Mint ismeretes, az Egyesült Államokban bő egy évtizede a kormány árverés útján kívánta értékesíteni a frekvenciákat, félmilliárd dollár bevételt remélve az ügyletből. Az aukció szervezésébe játékelméleti tudósokat bevonva a bevétel elérte a 45 milliárd dollárt[5]. Azóta az amerikai kormány példáját számos más ország is követte, jó eredménnyel! A példákat véget nem érően lehetne továbbsorolni, de ettől jelen esetben eltekintünk.[6]

3. AUMANN TUDOMÁNYSZEMLÉLETE

A játékelméleti szakember szerint az utca embere jellemzően azt a véleményt hangoztatja a tudományról, hogy annak értelme a gyakorlatban megvalósult új technológiákban, termékekben, eljárásokban rejlik. A kutatók nagy része viszont másra helyezi a hangsúlyt: ők a modellek előrejelző képességére fókuszálnak. Aumann

4 Bővebben lásd Mehlmann [2000].
5 Bővebben lásd Klemperer [2003].
6 Az érdeklődő olvasó bármely bevezető játékelméleti könyvből kimerítően tájékozódhat!

azonban egyik nézőponttal sem ért egyet: szerinte a tudomány igazi célja a világ megértése. Az előrejelzések megértésünk helyes voltát tehetik próbára, és nyilvánvalóan új, a gyakorlatban gyümölcsöztethető alkalmazás születését segítik elő. A tudós végső célját azonban Aumann szerint önmagában a megértés adja.

Ez azonban több elemből áll össze. Ahogyan például egy festmény, egy film vagy egy zenemű apró finomságait, belső összefüggéseit is csak sokadszori gondos tanulmányozás után vesszük észre, a világ megértéséhez is a megfigyelés és a minták felismerése szükségeltetik. A minták azonban épp attól válnak valóban gondolkodásunk mintáivá, hogy különböző helyeken, más-más kontextusban is felbukkannak, s mintegy észlelésünk részeivé válnak. Minél több fogalmat, területet köt össze a minta, annál relevánsabbnak érezzük: ereje tehát nem feltétlenül az objektív igazságból, hanem a koncepció hasznosságát adó összekapcsoló erőből táplálkozik.

Szintén az elméletek alkalmazhatóságát segíti elő az egyszerűség kritériuma. A felismert minták közül az egyszerűbbeket nem csak elegánsabbnak, vagy szebbnek érezzük, hanem éppen a modellalkotás lényegét adóan megfelelő módon teszik kezelhetővé a vizsgált jelenségeket. Ennélfogva kezelhetőbben és így hasznosabban rendezik össze a világról gyűjtött tapasztalást.

Ez a megközelítés meghatározza azt is, ahogy Aumann a tudomány és az „igazság" kapcsolatáról gondolkodik. Példája szerint egy számítógépre írt programot sem annak „igaz" vagy „hamis" volta, hanem használhatósága alapján ítélünk meg. Ehhez hasonlóan a tudományos elméleteket sem azért vetjük el, mert megcáfoljuk őket, hanem azért mert már nem ezen modelleket találjuk a legmegfelelőbbnek arra, hogy dolgozzunk velük. A legmegfelelőbb azonban persze kontextus kérdése: ha nem is gondoljuk, hogy a newtoni fizika írja le legjobban a körülöttünk levő világot, a köznapi problémák megoldására mégis többnyire – pontosan könnyebb kezelhetősége miatt – ezt használjuk.

Különösen a társadalomtudományokra vonatkozóan tartja fontosnak hangsúlyozni, hogy az igazság fogalma tényekre, nem pedig elméletekre vonatkozik. Ennél fogva a párhuzamosan egymás mellett létező elméletek létezése is egyszerűen arra utal, hogy megfigyeléseinket többféle, egyaránt értelmes módon lehet valamifajta keretbe foglalni. A hasznosságmaximalizálás feltevése Aumann szerint nem támadható jogosan azzal, hogy az emberek maximalizálják-e ténylegesen a hasznosságukat, vagy sem. A hasznosságot maximalizáló fogyasztó gondolatát az teszi megkerülhetetlenné, hogy a közgazdaságtan szinte teljes egészét összekötő, s további minták alapjául szolgáló koncepcióról van-e szó. A hasznosság maximalizálását megkerülő – például pszichológiai megfigyeléseken alapuló – egyéb elméletek pont azért bizonyultak sikertelennek, mert képtelenek hasonlóan központi szerepet ellátni, s nem származnak belőlük érdekes és releváns következmények.

A racionalitásról a Nobel-emlékdíjas közgazdász nem gondolja, hogy „igazsága" miatt játszana központi szerepet a közgazdasági elméletben, sőt a *homo rationalis* fogalmát az egyszarvúhoz hasonlítja. Mivel az emberek lehetnek fáradtak, zaklatottak, éhesek, vagy éppen részegek, nem „várhatjuk" el tőlük, hogy minden eshetőséget végigszámolva folyamatosan optimálisan döntenek. A közgazdasági elmélet így nem olyan módon írja le a világot, mint a fizika. Kis túlzással úgy fogalmaz, hogy meglepetéssel tölti el, hogy elméleteinknek van egyáltalán köze a valódi emberi viselkedéshez. Csak néha vagyunk képesek leírni az „igazi" jelenségeket, sőt, még azt sem tudjuk megmondani, hogy mikor tudjuk ezt megtenni. A helyes kérdés Aumann szerint azonban nem az, hogy helyes-e az elmélet, hanem az, hogy mennyire hasznos.

Így hát lényegtelen, hogy elméleteink nem vezetnek sziklaszilárd jövendölésekhez, vagy hogy nem cáfolhatóak, mint azoktól általában tudományfilozófiai alapon elvárhatnánk. De nincs ez másként más tudományterületekkel sem, talán még az aerodinamika is így működik, mert a repülőgépek tervezésénél az aerodinamika is csupán ötleteket ad, a tényleges tervezés intuíción és tapasztalaton alapul.

A tudománynak természetesen normatív kijelentései is lehetnek. Ezek azonban a játékelméleti kutatók szerint – legalábbis a játékelméletben, vagy egy általánosabb értelmezésben a közgazdaságtanban – nem különülnek el élesen a pozitív leírástól. A normatív tanács azonban sokféle lehet: adhatunk tippeket egy játékosnak az ő saját optimális stratégiájához, vagy egyfajta társadalmi tervezőként (vagy akár a korrelált egyensúly külső tanácsadójaként) a játékosok összességének nyújthatunk segítséget. Nyújthatunk tanácsot közvetlenül számszerűen megadva, vagy pedig általános, például tárgyalási stratégiákra vonatkozó elvekre való rámutatással is.

Ugyan a fenti leírás egy „legyengített” tudomány képét festhetné a közgazdaságtanról, de Aumann képe a játékelméletről és a matematikai közgazdaságtanról ennél jóval szélesebb. Ennek leírásához azonban nem árt ismertetni a Nobel-emlékdíjas felfogását eredeti tudományágáról, a matematikáról. Talán mindennél árulkodóbb, hogy milyen indokok vezették őt a számelmélet tanulmányozására. Legérdekesebb talán az a korábbiakban már többször is idézett érve, miszerint a terület gyakorlatilag teljesen alkalmazhatatlan, pusztán intellektuális szórakozás. Aumann számára tehát a matematika legalább annyira művészet, mint tudomány, emiatt többször is hasonlítja a versíráshoz, az építészethez és a zenéhez. A verbális közgazdaságtannal szembeállított matematikai közgazdaságtan (és benne természetesen a játékelmélet) éppen ezt a művészi hangulatot őrzi meg, valamennyire más formában. Míg Aumann szerint a tiszta matematikát inkább egy Bach-fúgához, addig a játékelméletet valami kevésbé absztrakt, inkább kifejező műalkotáshoz, mondjuk Tolsztoj Háború és békéjéhez lehet hasonlítani.

4. NOBEL-EMLÉKDÍJ

Aumann játékelméleti munkássága páratlanul széles körű látással és mélységgel jellemezhető. Munkái nemcsak a játékelmélet belső logikájára világítottak rá, hanem annak alkalmazhatósági határait is kibővítették.

4.1. HOSSZÚ TÁVÚ EGYENSÚLY

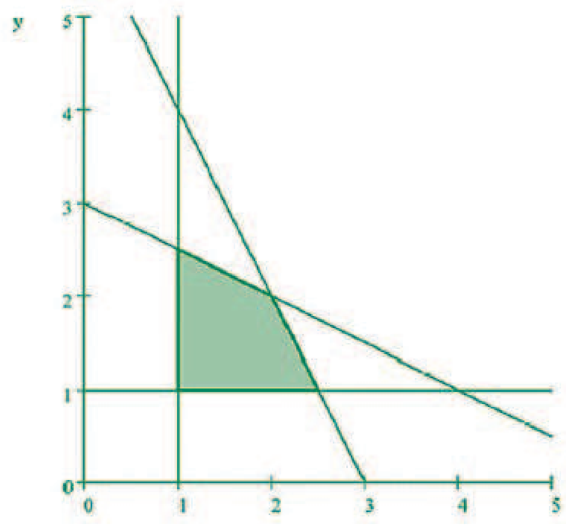
Számos meghatározó tanulmánya közül a legnagyobb hatást vélhetőleg a hosszú távú együttműködés kidolgozásával érte el. A rövid és a hosszú távú interakciók közötti különbséget az egyik legismertebb játékelméleti modellel a *fogolydilemmával* kívánjuk érzékeltetni. Mint ismeretes, ez egy olyan kétszemélyes játék, amelyben mindkét játékosnak két tiszta stratégiája van a K(ooperálás) illetve a D(ezertálás), és a játékosok szimultán módon hozzák meg döntéseiket. Mindkét játékos számára domináns stratégia a D, ezért függetlenül a másik játékostól mindig dezertálni fognak. Látható azonban, hogy mindkét játékos kerülhetne jobb helyzetbe is, ha például a K stratégiát játszanák. Amennyiben a játékot egyszer játsszák, akkor a játék egyetlen Nash-egyensúlya az a stratégiakombináció, amelyben minkét játékos dezertál[7]. Az 1. táblázat a fogolydilemma kifzetési mátrixa, az egyes cellákban az első szám az 1. játékos, a második szám pedig a 2. játékos kifizetését mutatja a különböző kimenetelek mellett.

1. táblázat: A fogolydilemma kifizetési mátrixa

		2. játékos	
		K	D
1. játékos	K	2, 2	0, 3
	D	3, 0	1, 1

Tegyük most fel, hogy az előbbi két játékos minden nap találkozik, és az adott szituációt lejátsszák nap mint nap. Amennyiben a szereplők kifizetésmaximalizálók, akkor a periódusonkénti együttműködés egyensúlyi állapot lesz. Ennek oka egyszerűen abban rejlik, hogy a játékosoknak lehetőségük van a másik megbüntetésére, amennyiben az eltér a kooperáló magatartástól.

Aumann [1959] a fenti következtetésnél egy jóval általánosabb eredményt bizonyított. Megmutatta, hogy minden G* ismételt játékban bármely, az alapjáték individuálisan racionális átlagos kifizetése megvalósítható, mint a G* játék Nash-egyensú-



2. ábra: A fogolydilemma megvalósítható és individuálisan racionális kifizetéskombinációinak halmaza

7 A fogalmak precíz megfogalmazását adja például Gibbons [2005].

lyi kifizetése. Azt is megmutatta, hogy amennyiben koalíciók egyoldalú eltérését is megengedjük, akkor is igaz a fenti eredmény.

Az itt tárgyalt fogolydilemma esetében a megvalósítható és individuálisan racionális kifizetések pontosan azok a kifizetések lesznek, amelyek az előbbi kifizetési mátrix kifizetéseinek konvex kombinációjaként előállíthatók. Ezt a 2. ábra satírozott területe jelöli. Az adott sokszög kifizetései (és csak azok), mint átlagos időszaki kifizetések megkaphatók a végtelenszer ismételt játék Nash-egyensúlyi kifizetéseiként.

Az ötvenes években számos játékelméleti kutató sejtette, hogy a racionális játékosoknak hosszú távon kooperálniuk érdemes. Ez az oka annak, hogy a fenti eredmény mint *néptétel* (Folk Theorem) vált ismerté az irodalomban. Aumann volt az, aki a precíz és általános állítás megfogalmazásával, illetve annak belátásával megalapozta az ismételt interakciók elemzését.

A hidegháború alatt, 1965 és 1968 között a fegyverzetleszerelési tárgyalások dinamikus kutatása során Aumann együtt dolgozott *Michael Maschlerrel* és *Richard Stearns*szel, akikkel közösen megalapozták a nem teljes információs ismételt játékok elméletét[8]. Ennek révén olyan szituációk váltak elemezhetővé, amelyekben például egy vállalat nem ismeri a versenytársak költségfüggvényét, vagy egy ország nem ismeri egy másik ország fegyverarzenáljának mértékét. Az általuk kiterjesztett játékban egy új stratégiai elem jelenik meg, éspedig a magáninformációk felfedésére vagy éppen azok elhallgatására való ösztönzés. *Harsányi János* eredményeire alapozva Aumann, Maschler és Stearns munkájának köszönhetően az adott stratégiai elem értelmezhetővé vált az ismételt interakciók elemzésében. Aumann és Shapley [1976], valamint Rubinstein [1976; 1979] a teljes információs ismételt játékok esetében megmutatták, hogy minden megvalósítható és individuálisan racionális kimenetel előáll mint egy részjáték tökéletes Nash-egyensúlya. Aumann munkásságának köszönhető, hogy a konfliktusszituációkban résztvevő szereplők együttműködésének elemzésében az ismételt játékok elmélete mára paradigmaértékű keretté vált.

Az ismételt játékok elmélete segít megérteni számos empirikus megfigyelést is, például, hogy miért nehezebb a kooperáció fenntartása olyan esetekben, amikor sok a szereplő, kevés a szereplők közti interakció, magas egy adott interakció megszűnésének valószínűsége, rövid az időperiódus, vagy ha a szereplők magatartása csak késéssel válik megfigyelhetővé. Az árháborúk, a kereskedelmi csaták, vagy más gazdasági és szociális konfliktusok gyakran a fenti tényezőkkel jellemezhetők. Az ismételt játékok elméletének eszköztárával képesek vagyunk fényt deríteni a fenti kérdésekre.

A Nobel-emlékdíj átvételekor tartott előadásában[9] Aumann a következőket hangsúlyozta: „a háborúk alapvetően nem irracionális cselekedetek, tudományos kutatással megérthetjük azok belső logikáját. A békekötés háborút eredményezhet, míg a fegyverkezés, a hihető fenyegetés és a kölcsönösen megvalósított leszerelés a háború megelőzéséhez vezet." Állítása könnyen érthetővé válik az ismételt játékok elmélete eszköz- és fogalomtárának felhasználásával.

8 Bővebben lásd Aumann - Maschler [1966; 1967; 1968]; Stearns [1967]; Aumann et al [1968]
9 Aumann [2005].

4.2. KÖZTUDOTT TUDÁS

A játékosok más játékosok stratégiahalmazára, információjára, preferenciájára vonatkozó tudása kritikus jelentőségű az optimális döntés meghozatalában. Így jogosan merül fel a kérdés, hogy milyen ismeretelméleti alapfeltevés biztosítja a racionálisan szereplő játékosok közti egyensúly kialakulását. A játékelméleti kutatók elhallgatták ennek a lényegi kérdésnek a megválaszolását egészen 1976-ig, amikor is Aumann *Agreeing to disagree* [1976] munkájával bevezeti a *köztudott tudás* fogalmát. Egy esemény köztudott tudásnak tekinthető, amennyiben az a játékosok által ismert, továbbá, „amennyiben a játékosok tudják, hogy a játékosok tudják azt; amennyiben a játékosok tudják, hogy a játékosok tudják, hogy a játékosok tudják azt, stb.” Aumanntól származik az a bizonyítás, hogy amennyiben két játékos között valamely esemény valószínűsége köztudott tudást képez, akkor a két játékos eseményre vonatkozó ismeretelméleti értékelése szükségszerűen megegyezik. Ennek megértése kritikusan hatott a pénzügyi piacok elemzésének elméleti irodalmára.

4.3. KORRELÁLT EGYENSÚLY

Szintén Aumannak [1974; 1987] köszönhetjük a Nash-egyensúlyi megoldástól eltérő megoldáskoncepció, a korrelált-egyensúly kidolgozását. A Nash-egyensúlyi megoldástól eltérően a korrelált egyensúly lehetővé teszi, hogy a játékosok stratégiái statisztikailag függjenek egymástól, így a Nash-egyensúly a statisztikai függetlenség speciális formájaként adódik. Ilyen korrelációról beszélünk, ha a játékosok stratégiájukat valamilyen korrelált véletlenszerűségtől teszik függővé, mint például az időjárás eltérő, de egyben összefüggő megfigyelése, vagy akár valamilyen híresemény. Aumann [1987] megmutatta, hogy a korrelált egyensúly a bayesi nem-kooperatív játékok természetes kiterjesztéseként értelmezhető. Megmutatható, hogy a racionális szereplők egy korrelált egyensúlynak megfelelő stratégiakombinációt fognak megjátszani, amennyiben racionalitásuk illetve kezdeti vélekedésük köztudott tudást képez.

Aumann a közgazdaságtan számos területén alkotott maradandót: a döntéselméletben *Frank Ascombe*val [1963] írt közös cikkük igencsak meghatározó jelentőségű eredménnyel bír, egy másik igen sokat hivatkozott cikk a kontinuum szereplőkkel jellemezhető tökéletes versenyzői modellel kapcsolatos [Aumann 1964; 1966], egy harmadik vonulatot pedig a *Kurz*cal [1977] és *Neyman*nal [1983; 1987] írt cikkei jelentik, amelyek a játékelmélet politikai gazdaságtani alkalmazásával kapcsolatosak.

5. A TALMUD ÉS A JÁTÉKELMÉLET

A libanoni háborúban 1982-ben elhunyt – Talmud-kutató – fia emlékére Aumann (Michael Maschlerrel közösen) a Talmud egy rejtélyesnek tekintett passzusáról is írt egy játékelméleti elemzést, egy több ezer éves rejtélyre nyújtva érdekes, egyszerű és szellemes megoldást.

Az adós vagyonának felosztása az összesítve nagyobb követeléssel rendelkező hitelezők között számos érdekes kérdést vet fel. A modern jogrendszerek ilyen esetben a követelések nagyságával arányos osztozkodást írnak elő. A Talmud erre a kérdésre eltérő, azonban némileg homályos választ nyújt. Megoldási útmutató helyett három, látszólag egymástól gyökeresen különböző elven alapuló példát ad a vagyon felosztásának mikéntjére:

2. táblázat: Három példa a vagyon hitelezők közti felosztására a Talmudban

		A vagyon nagysága		
		100	200	300
Követelések	100	33 1/3	50	50
	200	33 1/3	75	100
	300	33 1/3	75	150

A példák mindegyikében az első hitelező 100, a második 200, a harmadik pedig 300 egységnyi követeléssel rendelkezik. Azonban ha a felosztandó vagyon mértéke 100, akkor a Talmud tanácsa egyenlő összeget ajánl a hitelezőknek. 300 egységnyi vagyon esetén a hitelezőket már követeléseikkel arányosan elégítik ki. Az előírás igencsak nehezen értelmezhető, nem csoda, hogy egyes hittudósok vitatták a szabályt, sőt volt, aki egyszerűen másolási hibának tulajdonította.

A rejtély megoldásában az első lépés egy egyszerűbb osztozkodási szabály megértése. Egy polgári jogvitákkal foglalkozó Talmud-magyarázatban olvasható egy passzszus, ami arról az esetről szól, amikor ketten egy ruhadarab elosztásán fáradoznak. A két peres fél közül az egyik a ruhadarab felét, a másik a teljes ruhadarabot követeli. A ruhát eloszthatnánk egyenlően (azaz mindkét fél a ruha felét kapja meg) vagy a követelésekkel arányosan (az egyik fél a ruha egyharmadát, míg a másik fél a ruha kétharmadát kapja). A vallásos szöveg azonban máshogy érvel. A ruha egyik felének tulajdonjogát senki nem vitatja, így ez biztosan a teljes ruhára igényt formáló fél tulajdona. A ruha másik felét azonban mindketten maguknak követelik, így azt egyenlően kell köztük elosztani. Így az első fél a ruha egynegyedét, míg a másik a ruha háromnegyedét kapja meg.

Ezt az elvet alkalmazza a családjogi kérdéseket feszegető héber bibliamagyarázat is. A mitna, azaz a gyermektelenül meghalt férfi feleségét a hagyományok szerint a yavam, azaz az elhunyt fivére vette feleségül. A példaként hozott esetben a mitna halála után nyolc hónappal szült annak felesége, a gyermek tehát safek, azaz bizonytalan számazású lett. A történet szerint elhunyt egy idő után a yavam is, majd végül a nagyapa, a mitna és a yavam apja távozott az élők sorából. A kérdés akkor az, hogy az unokák hogyan részesedjenek az örökségből? A safek szerint, mivel ő a mitna egyedüli örököse, a nagyapa hagyatékának 50 százaléka jár neki. A yavam fiai szerint viszont a safek szintén a yavam fia, így csak az örökség egyharmadára tarthat igényt. A safek szerint a yavam fiai megalapozottan formálnak jogot a vagyon felére, míg a yavam fiai sem vitatják, hogy a safeknak jár a hagyaték harmada. A vita tehát csak az örökség egyhatodáról zajlik, amit a szabály szerint egyenlően kell szétosztani a két fél között.

A rendszeresen alkalmazott elv tehát a vitatott követelések egyenlő megosztása. Ez alkalmazható akkor is, ha a követelések önállóan is meghaladják a vitatott vagyont. Tegyük fel, hogy valaki 100 pénznyi, másvalaki pedig 200 pénznyi hitelt nyújtott, a felosztható vagyon viszont csak 50! Ekkor a vitatott követelés 50, hiszen mindenki magának követeli a teljes vagyont. A vagyont tehát egyenlően kell megosztani a felek között, így mindkét hitelező 25–25 pénzt kap.

Észrevehetjük, hogy a Talmud példáiban teljesül az a szabályszerűség, hogy ha a megadott felosztás szerint kifizetjük bármelyik hitelezőt, akkor a másik két fél pontosan a „vitatott ruhadarab szabálya" szerint osztozik meg a fennmaradó összegen. Mi több, Aumann azt is megmutatta, hogy minden esetben pontosan egy olyan felosztás létezik, amely konzisztensen teljesíti a „vitatott ruhadarab szabályát".

Ez egybeesik egy, a hetvenes években definiált megoldáskoncepcióval, a nukleolusz által adott felosztással. Aumann, amikor vallástörténeti nyomozásba kezdett és a Talmud példáit összevetette a kooperatív játékelmélet megoldáskoncepcióival, a szabály kialakulásának rekonstruálásával, felismerte ezt a tényt.

■ ■ ■

Mi sem bizonyítja jobban Robert Aumann eredményeinek fontosságát, mint az a történet, amelyet budapesti előadásának záróakkordjaként megosztott hallgatóságával. Doktori tézisében megfogalmazott csomóelméleti állításainak bizonyítását követően, majdnem napra pontosan 50 évvel később, másodéves orvostanhallgató unokája egy telefonbeszélgetésben a csomóelméletről faggatta, ugyanis vélhetőleg a sejtekben összecsomózódó DNS-ek, a csomó tulajdonságától függően rák kialakulásához vezethetnek. A sors furcsa fintora, hogy az ötven éve teljesen haszontalannak hitt – és részben ezért vonzó – intellektuális kihívás azóta az orvosi egyetem másodéves hallgatói számára érdeklődésre számot tartó témakörré vált.

IRODALOM

Arrow, K.–Honkapohja, S. (1985): What Is Game Theory Trying to accomplish?, in *Frontiers of Economics*, Basil Blackwell, Oxford, pp. 28–76.

Anscombe, F.–Aumann, R. (1963): A definition of subjective probability, *Annals of Mathematical Statistics* 34: 199–205

Aumann, R. (1959): Acceptable points in general cooperative n-person games, in R. D. Luce–A. W. Tucker (szerk), *Contributions to the Theory of Games IV, Annals of Mathematics Study* 40, 287–324. Princeton University Press, Princeton

Aumann, R. (1964): Markets with a continuum of traders, *Econometrica* 32: 39–50

Aumann, R. (1966): Existence of competitive equilibria in markets with a continuum of traders, *Econometrica* 34: 3–27

Aumann, R.–Maschler, M. (1966): Game theoretic aspect of gradual disarmament, *Report of the U.S. Arms Control and Disarmament Agency* ST-80

Aumann, R.–Maschler, M. (1967): Repeated games with incomplete information: A survey of recent results, *Report of the U.S. Arms Control and Disarmament Agency* ST-116

Aumann, R.–Maschler, M. (1968): Repeated games of incomplete information, the zero-sum extensive case, *Report of the U.S. Arms Control and Disarmament Agency* ST-143

Aumann, R. (1974): Subjectivity and correlation in randomized strategies, *Journal of Mathematical Economics* 1: 67–96

Aumann, R. (1976): Agreeing to disagree, *The Annals os Statistics* 4: 1236–1239

Aumann, R.–Shapley, L. (1976): *Long-term cooperation: A game-theoretic analysis*, mimeo. Hebrew University (Reprinted in N. Megiddo. (ed) (1994))

Aumann, R.–Kurz, M. (1977): Power and taxes, *Econometrica* 45: 1137–1161

Aumann, R.–Kurz, M.–Neyman, A. (1983): Voting for public goods, *Review of Economic Studies,* 677–694

Aumann, R.–Maschler, M. (1985): Game-Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud, *Journal of Economic Theory* 36: 195–213

Aumann, R.–Kurz, M.–Neyman, A. (1987): Power and public goods, *Journal of Economic Theory* 42: 108–127

Aumann, R. (1987): Correlated equilibrium as an extension of Bayesian rationality, *Econometrica* 55: 1161–1180

Aumann, R. (2005): *War and Peace*, Prize Lecture, The Nobel Foundation

Gibbons, G. (2005): *Bevezetés a játékelméletbe*, Nemzeti Tankönykiadó, Budapest

Hart, S. (2005): An Interview with Robert Aumann, *Macroeconomics Dynamics* 683–740

Klemperer, P (2003): *Auctions: Theory and Practice*, Prinston University Press

Mehlmann, A. (1997): *The Game's Afoot! Game Theory in Myth and Paradox*, American Mathematical Society

Rubinstein, A. (1976): *Equilibrum in supergames*, Center for Mathematical Economics and Game Theory, Hebrew University

Rubinstein, A. (1979): Equilibrum in supergames with the overtaking criterion, *Journal of Economic Theory* 21: 1–9

Stearn, R. (1967): A formal information concept for games with incomplete information, *Report of the U.S. Arms Control and Disarmament Agency* ST-116, pp. 403–405