

ROBERT J. AUMANN

HÁBORÚ ÉS BÉKE

A kooperáció és a konfliktuskezelés magasabb szintű megértéséért, a játékelmélet terén végzett kutatásaiért az amerikai Thomas C. Schelling és az izraeli Robert J. Aumann kapta a 2005. évi közgazdasági Nobel-díjat (a Svéd Bank közgazdasági Alfred Nobel emlékdíját). Robert Aumann amerikai és izraeli állampolgár, 1930-ben született a németországi Frankfurt am Mainban. Jelenleg a jeruzsálemi Hebrew University professzora. Azon matematikusok egyike, akik a játékelméleti kutatásaikkal befolyásolták az elmúlt negyven év közgazdasági gondolkodását. A következőkben a díj átvétele alkalmából 2005. december 8-án tartott előadását közöljük.

„A háborúk és egyéb konfliktusok az emberi gyötrelem legfőbb forrásai közé tartoznak.” – Ezzel a mondattal kezdődött a Svéd Nemzeti Bank közgazdaságtudományi Alfred Nobel-emlékdíjának 2005-ös eredményhirdetése, amit végül a konfliktus és együttműködés játékelméleti elemzéséért ítéltek oda. Így helyénvaló ezt az előadást az egyik legsürgetőbb és legalapvetőbb témának szentelni, amellyel az emberiség szembekerül: a háború és a béke kérdésének.

Azt javaslom, hogy változtassunk a világbékét elérni szándékozó lépéseink jellegén. Ez idáig azon fáradoztunk, hogy megoldjunk néhány sajátos összetűzést, például India és Pakisztán, Észak-Írország, Oroszország és Csecsenföld, különböző afrikai és balkáni térségek, vagy Izrael és az arabok között. Javaslom, hogy változtassunk szemléletmódunkon, és vizsgáljuk meg a háborúkat általánosságban.

Engedjenek meg nekem egy összehasonlítást. A ráknak kétféle megközelítése van. Az egyik egy klinikai megközelítés. Tegyük fel, hogy orvosok vagyunk, és egy mellrákos beteggel szembesülünk. Mihez kezdünk? Műtét? Sugárkezelés? Kemoterápia? Melyik kemoterápia? Mennyi sugárkezelés? Kivágjuk a nyirokcsomókat? A válaszok klinikai teszteken alapulnak, az eljárás kiválasztása egyszerűen attól függ, hogy melyik a leghatékonyabb. A rendelkezésre álló információk birtokában minden egyes esetet át kell gondolnia. A célunk, hogy a beteget meggyógyítsuk, vagy legalább javítsunk az állapotán. De van itt egy másik megközelítés is. A műtétek, sugárkezelés, kemoterápia, illetve különböző statisztikák vizsgálata helyett inkább csak megpróbáljuk megérteni, hogy mi megy végbe egy rákos sejtben. Hogyan hat a rák a DNS-re? Mi a hatásmechanizmus? Nem próbáljuk meg *kezeln*i, csak igyekszünk *megérteni*. Egerekkel kísérletezünk, nem emberekkel. *Louis Pasteur* orvos volt. Fontos volt számára, hogy betegeket kezeljen, hogy meggyógyítsa őket. De *Robert Koch* nem volt orvos, nem próbált embereket gyógyítani. Ő csak meg akarta tudni, hogyan működnek a fertőző betegségek. És történetesen az ő munkája volt az, amely rendkívül fontossá vált több betegség kezelésében és gyógyításában.

Ez egy felületesen szerkesztett verziója a stockholmi Svéd Királyi Tudományos Akadémia által kiadott 40 perces előadásnak. Hálásak vagyunk prof. Nicolaus Tideman-nak, hogy rámutatott az előző verzió egyik hibájára. (*Robert Aumann*)

A háború a civilizáció hajnala óta velünk van. Semmi sem állandóbb a történelemben. Ez egy jelenség, nem pedig elszigetelt események sorozata. A törekvés, hogy megoldjunk különböző konfliktusokat, bizonyára dicséretes, és néha valóban siker koronázza erőfeszítéseinket. Azonban más úton is hozzáfoghatunk a háborúk tanulmányozásához: egyetemes jelenséggént is kezelhetjük, megfigyelhetjük általános, meghatározott jellemzőit; mi bennük a közös és mi az eltérő. Történelmileg, szociológiailag, lélektanilag, és az *ésszerűség* szempontjából. Miért háborúzik a *homo oeconomicus* – a racionális ember? Na de mit értünk „racionalitás” alatt? A következőt:

Egy ember viselkedése akkor racionális, ha az az ő információi alapján, az ő legjobb érdekeit szolgálja.

Ezen definíció alapján lehet a háború racionális? Sajnos a válasz: igen. Minden idők egyik legnagyobb beszédében *Abraham Lincoln* – a második elnöki beiktatása során – ezt mondta: „Mindkét fél helyteleníti a háborút; de az egyik inkább háborút szít, minthogy hagyná a nemzetet életben maradni; míg a másik inkább elfogadja a háborút, minthogy hagyná a nemzetet elpusztulni. És máris bekövetkezett a háború.”

Nagy hiba a háborút irracionálisnak minősíteni. A világ minden bajával találkozunk – háborúkkal, sztrájkokkal, faji megkülönböztetéssel – és elutasítjuk őket azzal, hogy irracionálisnak nevezzük őket, holott nem szükségszerűen azok. Bármennyire is fájdalmas kijelenteni, racionálisak is lehetnek. Amennyiben a háború racionális cselekedet – és egyszer megértjük, hogy az – legalább tudjuk, hogyan közelítsünk a kérdéshez. Ha egyszerűen elutasítjuk azzal, hogy ésszerűtlen, akkor nem tudjuk megnevezni a problémát.

Sok évvel ezelőtt részt vettem egy diáktalálkozón a Yale Egyetemen, ahol jelen volt *Jim Tobin* is, a későbbi közgazdasági Nobel-díjas. A vita szabadon folyt, és az egyik felmerült kérdés ez volt: Össze tudná valaki foglalni egy szóban a közgazdaságtant? Tobin válasza igen volt. A szó: *ösztönzés*. Az egész közgazdaságtan az ösztönzés és az ösztönzők körül forog.

Előadásomban gazdasági elemzést kívánok adni a háborúkról, de nem úgy, ahogy sokan gondolnák. Nem arról fogok beszélni, hogyan kell finanszírozni egy háborút, vagy hogyan kell újjáépíteni egy háború után. Azokról az *ösztönzőkről* kívánok szólni, amelyek háborúhoz vezetnek, és arról, hogy olyan ösztönzőket kell felépíteni, amelyek megakadályozzák a háborúk kialakulását.

Engedjenek meg egy példát. A közgazdaságtan arra tanít bennünket, hogy nem minden az, aminek látszik. Tegyük fel például, hogy növelni akarja egy állam az adóbevételeket. Ahhoz, hogy ezt megtegye, nyilván növelni kell az adó mértékét. Helyes ez a meglátás? Nem, nem az. Inkább *csökkenteni* kell az adórátákat ahhoz, hogy az embereket jobban munkára ösztönözze, illetve csökkentse az adóelkerülést és az adók kijátszását, esetleg felfűtse a gazdaságot, stb. Ez csak egy példa; ezer ilyen található. A gazdaság egy játék: a játékosok ösztönzői bonyolult utakon hatnak egymásra, aminek következtében meglepő, gyakran megérzéseinkkel ellentétes eredményre vezetnek. De mint láthatjuk, a gazdaság valóban így működik.

És most térjünk vissza a háborúkhöz, és hogy hogyan jön a képbe a *homo oeconomicus* – a racionális ember. Következzen egy példa az előzőek szellemében:

meg akarjuk előzni a háborút. Ahhoz, hogy ezt megtehessük, nyilván le kell szerelni, csökkenteni kell a fegyverkezést. Helyes ez a meglátás? Nem, nem az. Ennek tökéletesen az ellenkezőjét kellene tenni. A hidegháború hosszú éveiben az Egyesült Államok és a Szovjetunió közötti „meleg” háborút éppen az előzte meg, hogy atomfegyverekkel felszerelt bombázók keringtek a levegőben a nap 24 órájában, az év 365 napján. A fegyverek letétele háborúhoz vezetett volna.

A lényeg tehát, hogy kezdjük el tanulmányozni a háborút – több szempont szerint – önmagáért. Próbáljuk meg megérteni, mi idézi elő! Tisztán tudományos alapon, általánosítva, hátha így eljutunk egy megoldáshoz, ami békéhez vezet. Az egyedi ügyeken alapuló megközelítés ugyanis eddig nem működött valami jól.

Most szeretnék néhány szót szólni azon eredményeimről, amelyeket a Nobel-díj Bizottság is idézett. Különösen az ismételt játékokat kívánom megvitatni, és azt, hogy azok hogyan függenek össze a háborúval és egyéb konfliktusokkal, mint például a sztrájkokkal és valójában minden kölcsönhatással jellemezhető szituációval. Az ismételt játékok hosszú távú kölcsönhatást modelleznek. Elméletük alkalmas arra, hogy olyan jelenségeket magyarázzon a játékelmélet és a neoklasszikus közgazdaságtan „önző” haszon-maximalizálási paradigmájával, amelyek első ránézésre irracionálisnak tűnhetnek. Ilyen jelenség az önzetlenség, az együttműködés, a bizalom, a hűség, a bosszú, a fenyegetés (az önpusztítás és egyebek). E tevékenységek mögött általában önérték és ésszerű indíték húzódik meg. A történelem során az emberekben kifejlődtek olyan magatartásnormák, amelyek egészében véve sikeresek, és tényleg optimálisak. Az ilyen evolúció lehet biológiai, genetikai, de lehet „memetikai” jellegű is. Ez utóbbi kifejezés a „mém” szóból származik, amely kifejezést a biológus *Richard Dawkins* alkotott a „gén” szó mintjára. Ennek a szónak azonban inkább társadalmi, mint biológiai értelme van: örökséget és fejlődést fejez ki.

A játékelmélet egyik legnagyobb felfedezése a hetvenes évek elején látott napvilágot, amikor *John Maynard Smith* és *George Price* biológusok ráébredtek, hogy a játékok stratégiai egyensúlyát és a népesség egyensúlyát a való világban ugyanaz az egyenlet írja le. Az evolúció – legyen akár genetikai vagy memetikai – stratégiai egyensúlyhoz vezet. Tehát azt állítjuk, hogy az *ismételt* játékokban olyan jelenségek is előállhatnak stratégiai egyensúlyként, mint az önzetlenség, az együttműködés, a bizalom, a hűség, a bosszú, a fenyegetés és így tovább. Nézzük meg, hogyan alakul ez ki.

Előbb azonban tisztázzuk, hogy mit értünk „stratégiai egyensúly” alatt. Nagyjából azt mondhatjuk, hogy a játékosok akkor vannak *stratégiai egyensúlyban* (vagy egyszerűen *egyensúlyban*), amikor a játékbeli cselekedetük *kölcsönösen optimális*: amikor minden játékos akciója és terve racionális az adott stratégiai környezetben –, azaz amikor minden egyes játékos ismeri a többiek lépéseit és terveit. A stratégiai egyensúly fogalmának kialakításáért és meghatározásáért 1994-ben *John Nash*-t közgazdasági Nobel-díjjal tüntették ki; *Neumann János* és *Oscar Morgenstern* Játékelmélet és gazdasági viselkedés című könyve megjelenésének 50. évfordulóján. A díjat *Harsányi Jánossal* osztotta meg, aki a *bayesi* egyensúly fogalmának (amit más néven nem tökéletes információjú stratégiai egyensúlynak is nevezünk) kialakításáért és meghatározásáért részesült az elismerésben. A díj harmadik jutalmazottja *Reinhard Selten*, aki a *tökéletes* egyensúly kidolgozásáért, Nash gondolatainak finomításáért kapta az elismerést. Erre a továbbiakban még visszatérünk. A *korrelált*

egyensúly [Aumann 1974; 1987], valamint az *erős* egyensúly [Aumann 1959] amelyeket a 2005-ös Nobel-díj eredményhirdetése említ, a fenti három alapfogalommal közösen alkotja a nem-kooperatív játékelmélet sarokköveit.

Az 1994-es díjat követően két közgazdasági Nobel-díjat osztottak még ki ezen alapvető fogalmak *alkalmazásáért*. Az elsőt 1996-ban, amikor *William Vickrey* posztumusz módon részesült az elismerésben az aukciók terén végzett munkásságáért. (Vickrey a díjazottak kihirdetése és a díjkiosztó ünnepség között halt meg.) Az aukciótervezés és a licit stratégiák elgondolása a játékelmélet elsőrendű gyakorlati alkalmazásai között vannak számon tartva. [Wilson 1992]

A másodikat idén, 2005-ben *Schelling* professzor kapta, aki majd – természetesen – fog a maga nevében is beszélni és írni. A díjat a fent említett alapvető egyensúly-fogalmak *ismételt* játékok terén való alkalmazásáért kapta. Azaz tegyük fel, hogy ugyanazt a G játékot játsszuk, ugyanazzal a játékosal évről évre. Úgy tekinthetünk erre a szituációra, mint egy egyszeri nagy játékra – az úgynevezett G szuperjátékra – és jelöljük G^∞ -nel, aminek szabálya, hogy „a G játékot kell játszani minden évben”. Az elgondolás az, hogy a fenti egyensúly-fogalmakat a G^∞ szuperjátékra, nem pedig az egyszeri G játékokra alkalmazzuk, és meglátjuk, mit kapunk eredményül.

Az ismételt játékok elmélete, ami ebből az elgondolásból bontakozik ki, rendkívül gazdag és mély. (Lásd Sorin 1992; Zamir 1992; illetve Forges 1992 kiemelkedő, noha kissé elavult tanulmányait.) Abban a néhány percben, ami még rendelkezésemre áll, éppen csak felületesen érinthetem a témát. Ennek ellenére, engedjék meg, hogy megpróbáljam. Csak egy aspektust tárgyalnék, a *kooperációt*, amelynek lényegét akár egyetlen mondatban is össze lehet foglalni:

Az ismétlés lehetővé teszi az együttműködést.

Ezt persze némileg ki kell egészíteni. A *kooperatív* kifejezést a játék valamennyi olyan lehetséges kimenetelének leírására használjuk, amelyek esetén nincs egyetlen olyan játékos sem, aki *garantálni* tudna egy jobb kimenetelt magának. Fontos hangsúlyozni, hogy általánosságban egy kooperatív kimenetel *nem* egyensúlyi; hanem egy megállapodás eredménye. Például a jól ismert „fogolydilemma” játékban az a lehetőség, hogy egyik fogoly sem vall, egy kooperatív kimenet; azonban egyik játékosnak sem képezi az érdekét a vallomás megtagadása, noha együttesen jobban járnának így, mint az egyensúlyi helyzetben, ahol mindketten vallanak.

Egy még egyszerűbb példa a következő H játék: Adott két játékos – Rowena és Colin. Rowenának el kell döntenie, hogy ő és Colin ugyanazt az összeget kapják-e – nevezetesen 10-et –, vagy ő tízszer többet, és Colin tízszer kevesebbet kapjon ennél. Ezzel egyidejűleg Colin-nak el kell döntenie, hogy alkalmazzon-e büntető eljárást, ami Rowenának és neki is káros. Ha megteszi, az elosztást érvénytelenítik, és egyik játékos sem kap semmit. A játék kifizetési mátrixa a következő:

	Elfogad	Büntet
Azonos elosztás	10	0
Önző elosztás	1	0
	100	0

Az (A;E) kimenetel – amelyben mindkét játékos 10-et kap – egy kooperatív kimenetel, minthogy nincs olyan játékos, aki többet tudna biztosítani magának; de a fogolydilemmához hasonlóan ez sem teljesíthető egyensúlyban.

Miért érdekesek a kooperatív kimenetek még akkor is, ha nem érhetők el egyensúlyi helyzetként? Ennek az oka az, hogy valójában ezek a kimenetek is megvalósíthatók szerződések, megállapodások által – amennyiben ezek a szerződések kikényszeríthetők. Sok ilyen kikényszerítő eszköz létezik; például egy nemzeti kontextusban, bírósági rendszerrel.

A Talmud (Atyák tanításai 3:2) a következőt mondja:

הוי מתפלל בשלומה של מלכות, שאלמלא מוראה, איש את רעהו חיים בלעו.

„Imádkozz a kormány jólétéért, mert ha nem létezne a tőle való félelem, az emberek elevenen falnák föl egymást.” Amennyiben a szerződések kikényszeríthetők, Rowena és Colin elérhetik a kooperatív kimenetelt (A;E) megegyezés által; ha nem, (A;E) a gyakorlatban teljesíthetetlen cél.

A kooperatív játékelmélet, amely ezekből a megfontolásokból nőtte ki magát, egy évtizeddel megelőzte Nash munkáját [von Neumann–Morgenstern 1944]. Ez egy nagyon gazdag és gyümölcsöző terület, és véleményem szerint központi bepillantást nyerhetünk általa a játékelméletbe. Mi azonban itt nem fogjuk megvitatni ezeket a kérdéseket; ezek egy másik közgazdasági Nobel-díjasra várnak, valamikor a jövőben. Amiről most beszélni szeretnék, az a kooperatív játékelmélet és az ismételt játékok közötti kapcsolat. Az alapvető intuíció, hogy az ismétlés úgy működik, mint egy kikényszerítő mechanizmus, ami lehetővé teszi, hogy a kooperatív kimenetek egyensúlyi állapotban – amikor mindenki a saját legjobb érdekei szerint cselekszik – megvalósuljanak. Intuitív módon ez közismert és érthető. Az emberek sokkal kooperatívabbak hosszú távú kapcsolat esetén. Tudják, hogy létezik egy holnap, és a helytelen magatartást a jövőben megbüntetik. Az az üzletember, aki rászedi ügyfeleit, lehet, hogy ezáltal rövidtávú profitra tesz szert, de nem sokáig fog a piacon maradni.

Szemléltessük ezt a H játékkal. Ha a játékot csak egyszer játsszuk, akkor Rowena sokkal jobban jár, ha Önző módon dönt, Colin pedig Elfogadja ezt. (Ezek a stratégiák *dominánsak*.) Colin-nak ez nem fog igazán tetszeni – ő szinte semmit sem kap –, de nem sokat tehet ez ellen. Tulajdonképpen az *egyetlen* egyensúly az (Ö;E) kimenet. De a H^∞ szuperjátékban létezik valami, amit Colin tehet. *Megfenyegetheti* Rowenát a Büntetéssel, amit minden későbbi lejátzás során alkalmaz a választásnál, amennyiben Rowena bármikor is Önző módon dönt. Így neki nem éri meg önző döntést hoznia. H^∞ -ben nash-i értelemben valóban ez az egyensúly. Rowena stratégiája, hogy „örökké A-t játszik”; Colin stratégiája pedig, hogy „egészen addig E-t játszik, amíg Rowena A-t, de ha Rowena valaha is Ö-t játszik, akkor ő onnantól fogva már mindig B-t választ”.

Fogalmazzuk meg ezt pontosabban. Ezekben a játékokban a *büntetéssel való fenyegetés* tartja fenn az egyensúlyt. Ha akarja, nevezze „MAD”-nek (mutually assured destruction), azaz kölcsönösen biztosított megsemmisülésnek, ami a hidegháború mottója volt. Egy kikötés szükséges ahhoz, hogy ez működjön: a diszkontráta nem

lehet túlságosan magas. Ha 10 százalék fölött van – azaz 1 egy év múlva kapott dollár ma kevesebb, mint 90 centet ér –, akkor az összejátszás lehetetlen, ugyanis Rowenának még mindig érdekesebb önzőnek lennie. Ennek oka az, hogy még akkor is, ha Colin ezután minden alkalommal megbünteti őt – és ezzel saját magát is! –, akkor a mai becslések szerint az egész örökös büntetésnek kisebb lesz az értéke, mint az a 90 dollár, amit Rowena ma azzal keres, hogy inkább önzően dönt, mint méltányosan.

Nemcsak a pénzbeli diszkontrátára gondolok, amit a bankban kaphatunk, hanem az egyéni, szubjektív diszkontrátára. Ismétlésképp: ahhoz, hogy kooperációt idézzünk elő, a játékosok nem hajszolhatják túlságosan az azonnali eredményeket. A jelen, a most nem lehet túlzottan fontos. Ha most akarunk békét, talán sohasem kapjuk meg. De ha van időnk és képesek vagyunk várni, akkor változhat az összkép; *akkor* most is megkaphatjuk a békét. Ez egyike a játékelmélet paradox, fordított nézeteinek, amely a tudomány nagy részét meghatározza. Éppen egy vagy két hete értesültem róla, hogy a globális felmelegedés lehűlést okozhat Európában, mert megváltoztathatja a Golf-áramlat irányát. A felmelegedés lehűlést idézhet elő. Ha most akarjuk a békét, az ahhoz vezethet, hogy sohasem kapjuk meg – se most, se a jövőben. De ha tudunk várni, talán most is megkaphatjuk.

Az ok ugyanaz, mint korábban: a szuperjáték egyensúlyi kimenetelében választott stratégiák akkor eredményeznek együttműködést, ha büntetést vetítenek előre minden olyan későbbi időszakra, amelyet egy nem kooperatív magatartás előz meg. Ha a diszkontráták túl magasak, akkor a játékosok inkább érdekeltek a jelenben, mint a jövőben, így egy most elkövetett egyszeri puccs talán többet ér, mint az összes jövőbeli kárpótlás. Ez eltorzítja a jövőbeli büntetésekre vonatkozó fenyegetéseket.

Összefoglalva: A H játék H^∞ szuperjátékában a kooperáció (A;E) egyensúlyi kimenetelként megvalósítható. Ez egy speciális esete a sokkal általánosabb elvnek, a *Néptételnek*, amely kimondja, hogy *bármely* G játék *bármely* kooperatív kimenetele megvalósítható, mint a G^∞ szuperjáték stratégiai egyensúlyi kimenetele – még akkor is, ha ez a kimenet nem egyensúlyi a G játékban. Fordítva, a G^∞ minden stratégiai egyensúlyi kimenete a G kooperatív kimenete. Röviden: bármely G játékra érvényes

a Néptétel: G játék kooperatív kimenetelei megegyeznek a G^∞ szuperjáték egyensúlyi kimeneteleivel.

Másképpen: az ismétlés kikényszerítő mechanizmusként hat, azaz a kooperációt megvalósíthatóvá teszi, amikor az nem érhető el az egyszeri lejátszás során. Természetesen, a fenti megfogalmazás finomítást igényel: ahhoz, hogy ez működjön, minden játékos diszkontrátájának alacsonynak kell lenni; a felek nem lehetnek túlzottan érdekeltek a jelenben a jövőhöz képest.

Egy további megjegyzést kell tennünk, ami ismét összefügg az 1994-es Díjjal. John Nash az egyensúly kidolgozásáért kapta az elismerést, Reinhard Selten pedig a *tökéletes* egyensúly kimunkálásáért. A tökéletes egyensúly nagyjából azt jelenti, hogy hiteles a büntetéssel való fenyegetés. Ha büntetés kiosztására kényszerülünk, akkor a büntetés után is egyensúlyban maradunk, azaz nincs ösztönzés az egyoldalú eltérésre. Ez persze *nem* annak az egyensúlynak az esete, amit a H játék H^∞ szuperjátékban írtunk le. Ha Rowena Ö-t játszik Colin fenyegetése ellenére, akkor Colin-nak nem áll érdekében, hogy örökké büntessen. Ez felveti a kérdést, hogy (A;E) mint az

ismételt játék stratégiai egyensúlyi kimenetele megvalósul-e mint *tökéletes* egyensúly?

A válasz: igen. *Lloyd Shapley* – akit minden idők legnagyobb játékelméleti szakemberének tartok – és jómagam ezt 1976-ban bizonyítottuk be, azóta *Tökéletes Néptételként* vált ismertté; ugyanakkor egy hasonló eredményre jutott tőlünk függetlenül és velünk egyidejűleg *Ariel Rubinstein* is. Mindkét eredmény csak jóval később került publikálásra [Aumann–Shapley 1994; Rubinstein 1994]. A Tökéletes Néptétel kimondja, hogy bármely G játék G^∞ szuperjátékában, G bármely kooperatív kimenetele megvalósítható G^∞ szuperjáték *tökéletes* egyensúlyi kimeneteleként – még akkor is, ha az adott kimenetel nem egyensúlyi kimenetele G -nek. Megfordítva – természetesen – szintén érvényes. Röviden: bármely G játékra igaz

a Tökéletes Néptétel: G játék kooperatív kimenetelei megegyeznek a G^∞ szuperjáték tökéletes egyensúlyi kimeneteleivel.

Tehát még egyszer: az ismételt cselekedetek kikényszerítő mechanizmusként hatnak: megvalósíthatóvá teszik az együttműködést, amikor az nem lenne teljesíthető egyszeri lejátszás esetén, még akkor is, ha a stratégiai egyensúlyfogalom helyett a sokkal szigorúbb *tökéletes* egyensúlyt használjuk. Továbbra is érvényes a diszkontrátára vonatkozó kikötés: ahhoz, hogy a tétel fennálljon, minden játékos diszkontrátájának alacsonynak kell lenni; a felek nem lehetnek túlzottan érdekeltek a jelenben a jövő rovására.

A Tökéletes Néptétel bizonyítása elég érdekes, ezért felületesen vázolom is a H játék esetén, az $(A;E)$ kooperatív kimenet vonatkozásában. Először is az egyensúly arra utasít bennünket, hogy mindig az $(A;E)$ kimenetelnek megfelelően játszunk. Ha Rowena eltér ettől, és az *Önző* elosztást választja, akkor Colin megbünteti – **B**-t fog játszani. Ő azonban mégsem játssza ezt örökké, csak addig, amíg Rowenának az egyoldalú eltérés veszteségessé nem válik. Ez magában még mindig nem elegendő, noha kell lennie valaminek, ami motiválja Colint arra, hogy teljesítse a büntetést. És most jön a bizonyítás központi gondolata: ha Colin nem bünteti meg Rowenát, akkor Rowenának kell megbüntetnie Colint – azzal, hogy *Ö*-t játszik – hogy ne Rowenát érje a büntetés. Sőt, az eljárás folytatódik – bármely játékos, aki nem teljesíti az előírt büntetést, azt a másik játékos fogja megbüntetni.

A társadalom zöme ezen oknál fogva összetart. Ha megállít minket a rendőr gyorsajtásért, nem vesztegetjük meg, mert attól tartunk hogy a rendőr feljelent vesztegetésért. De miért ne fogadná el a kenőpénzt? Mert attól tart, hogy mi fogjuk feljelenteni azért, hogy elfogadta. De miért jelentenénk fel? Mert ha nem tesszük meg, akkor a rendőr feljelenthet azért, mert nem jelentettük fel őt, és így tovább.

Ezzel elérkeztünk az utolsó tételhez. A kooperatív játékelmélet nem csak abból áll, hogy felvázolja az összes lehetséges kooperatív kimenetet, hanem abból is, hogy képesek legyünk választani közülük. Ennek sok módja van, a legismertebb a *mag* elmélete, amelyet *Lloyd Shapley* fejlesztett ki a múlt század ötvenes éveinek elején. Egy játék x kimenetele a játék „magjában” van, ha a játékosok egyetlen S csoportja sem tud *javítani* azon –, azaz ha nincs olyan kimenetel, amely minden S -beli játékos számára jobb kifizetést eredményezne, mint az x . Többek között, a mag fogalmának központi szerepe van a játékelmélet közgazdasági alkalmazásában; különösen egy

olyan gazdaság esetében, amelyben sok egyénileg jelentéktelen szereplő tevékenykedik egymással. Az ilyen gazdaságok magja megegyezik a versenyző (más néven walrasi) kimenetekkel – ezeket egy olyan árrendszer határozza meg, amely mellett a javak kínálata megegyezik azok keresletével (lásd például Debreu–Scarff 1963; Aumann 1964). A mag egy másik kitűnő alkalmazása a piacok *párosítása* (lásd például Gale–Shapley 1962; Roth–Sotomayor 1990). A mag koncepciójának számos más alkalmazási területe ismeretes (az áttekintéshez lásd Anderson 1992; Gabszewicz – Shitovitz 1992; Kannai 1992; Kurz 1994; és Young 1994).

Ezen kívül megfigyelhetünk egy erős kapcsolatot az ismételt játékok egyensúlyával. Amikor egy játék szereplői (stratégiai) egyensúlyban vannak, nem áll érdekében egyiküknek sem attól egyoldalúan eltérni egy másik stratégia választásával. Az erős egyensúlyt is hasonlóan definiáljuk, azzal a különbséggel, hogy a játékosok egyetlen csoportjának sem éri meg eltérni, ugyanis az elmozduló játékosok közül legalább egynek nem fog előnye származni az elhajlásból. A következőket mondhatjuk ki:

Tétel (Aumann 1959): A G játék magja egybeesik a G^∞ superjáték erős egyensúlyi kimeneteivel.

John Nash 1950-ben írt doktori tézisében – amelyben kidolgozta a stratégiai egyensúly fogalmát, amiért 1994-ben Nobel-díjjal tüntették ki – indítványozta a kooperatív játékelméleti fogalmak megfelelően megválasztott nem-kooperatív játékelméleti fogalmakkal való kifejezését, hidat építve ezáltal a kooperatív és a nem-kooperatív játékelmélet között. Ezt ma *Nash Programként* tartjuk számon. A fentiekben bemutatott három tétel megmutatja, hogy az ismétlés pontosan egy ilyen híd szerepét tölti be, vagyis az a Nash Program egyik megvalósulása.

Izajás próféta könyvének néhány bekezdésével zárjuk (2, 2-4):

והיה באחרית הימים, נכון יהיה הר בית יי בראש ההרים, ונישא מגבעות, ונהרו אליו כל הגוים. והלכו עמים רבים ואמרו, לכו ונעלה אל הר יי, אל בית אלהי יעקב, ויורנו מדרכיו, ונלכה באורחותיו; כי מציון תצא תורה, ודבר יי מירושלם. ושפט בין הגוים, והוכיח לעמים רבים; וכיתתו הרבותם לאיתם, וחניתותיהם למזמרות; לא ישא גוי אל גוי הרב, ולא ילמדו עוד מלחמה.

„Odaözönlének mind a nemzetek, felé tart számos nép, és így szól: »Rajta, menjünk fel az Úr hegyére... hogy tanítson meg minket útjaira, és így az ösvényein járassunk... Ő tart majd ítéletet a nemzetek között, és igazságot szolgáltat számtalan népnek. Ők meg ekevassá kovácsolják kardjukat, és lándzsájukat szőlőmetsző késsé. Nemzet nem emel kardot nemzet ellen, és nem tanul többé hadviselést.«”

Izajás azt állítja, hogy a nemzetek ekevassá kovácsolhatják kardjukat, ha létezik egy központi kormányzat – egy Úr, akit mindenki elismer. Ennek hiányában, az egyén *talán* békét lelhet – nincs nemzet, amely a kardját emelné egy másik ellen. De a kardoknak továbbra is ott kell lenniük – nem kovácsolják őket ekevassá – és a nemzeteknek továbbra is meg kell *tapasztalniuk* a háborút, azért hogy *ne* harcoljanak.

IRODALOM

- Anderson, R. M., 1992, „The Core in Perfectly Competitive Economies,” in Aumann and Hart 1992, 413–457.
- Aumann, R. J., 1959, „Acceptable Points in General Cooperative n-Person Games,” in *Contributions to the Theory of Games IV*, Annals of Mathematics Study 40, edited by A. W. Tucker and R. D. Luce, Princeton: at the University Press, 287–324.
- Aumann, R. J., 1964, „Markets with a Continuum of Traders,” *Econometrica* 32, 39–50.
- Aumann, R. J., 1974, „Subjectivity and Correlation in Randomized Strategies,” *Journal of Mathematical Economics* 1, 67–96.
- Aumann, R. J., 1987, „Correlated Equilibrium as an Expression of Bayesian Rationality,” *Econometrica* 55, 1–18.
- Aumann, R. J. and Hart, S. (eds.), 1992, 1994, 2002, *Handbook of Game Theory, with economic applications*, Vols. 1, 2, 3, Elsevier, Amsterdam.
- Aumann, R. J. and Shapley, L. S., 1994, „Long-Term Competition: A Game-Theoretic Analysis,” in *Essays in Game Theory in Honor of Michael Maschler*, edited by N. Megiddo, Springer, New York, 1–15.
- Debreu, G. and Scarf, H., 1963, „A Limit Theorem on the Core of an Economy,” *International Economic Review* 4, 235–246.
- Forges, F., 1992, „Repeated Games of Incomplete Information: Non-Zero-Sum,” in Aumann and Hart 1992, 155–177.
- Gabszewicz, J. J. and Shitovitz, B., 1992, „The Core in Imperfectly Competitive Economies,” in Aumann and Hart 1992, 459–483.
- Gale, D. and Shapley, L. S., 1962, „College Admissions and the Stability of Marriage,” *American Mathematical Monthly* 69, 9–15.
- Kannai, Y., 1992, „The Core and Balancedness,” in Aumann and Hart 1992, 355–395.
- Kurz, M., 1994, „Game Theory and Public Economics,” in Aumann and Hart 1994, 1153–1192.
- Peleg, B., 1992, „Axiomatizations of the Core,” in Aumann and Hart 1992, 397–412.
- Roth, A. and Sotomayor, M., 1990, *Two-Sided Matching: A Study in Game-Theoretic Modeling and Analysis*, Econometric Society Monograph Series, Cambridge: at the University Press.
- Rubinstein, A., 1994, „Equilibrium in Supergames,” in *Essays in Game Theory in Honor of Michael Maschler*, edited by N. Megiddo, Springer, New York, 17–28.
- Sorin, S., 1992, „Repeated Games with Complete Information,” in Aumann and Hart 1992, 71–107.
- von Neumann, J., and Morgenstern, O., 1944, *Theory of Games and Economic Behavior*, Princeton: at the University Press.
- Wilson, R., 1992, „Strategic Analysis of Auctions,” in Aumann and Hart 1992, 227–279.
- Young, H. P., 1994, „Cost Allocation,” in Aumann and Hart 1994, 1193–1236.
- Zamir, S., 1992, „Repeated Games of Incomplete Information: Zero-Sum,” in Aumann and Hart 1992, 109–154.