TASNÁDI ATTILA

# STATIKUS ELOSZTÁSOK JELLEMZÉSE

*A szerző bemutat egy, a statikus elosztási problémák vizsgálatára alkalmas modellt, megfogalmazza az elosztási eljárásokkal szembeni követelményeket. Az adózás és a képviselőhelyek elosztásának vizsgálata során arra is rámutat, hogy az elméleti eredmények a gyakorlat számára relevánsak és befolyásolják a döntéshozókat. A bemutatott eredmények részben az eljárás kiválasztását, részben egy eljárás alkalmazása melletti érvelést segítik, a legrosszabb esetben pedig rámutatnak a szereplők közötti konfliktusok lényegére.* *A tanulmány a Bolyai János kutatási ösztöndíj támogatásával készült.*

A gazdaságban, a társadalomban – még alapvetően jól működő piacgazdaságokban is - mindennaposak az olyan szituációk, amelyekben átmenetileg valamilyen jószágból túlkínálat vagy túlkereslet jelentkezik. A nem egyensúlyi állapotot statikusan tekintve a többlet vagy a hiány valamilyen módon elosztandó a szereplők között. Az ilyen típusú elosztási problémákat a lehető legegyszerűbb módon ragadjuk meg, majd a megfogalmazott modellkeretben - különböző igazságossági és logikai feltételekkel - jellemezzük a gyakran előforduló elosztási eljárásokat. Tárgyalt modellkeretünk meglehetősen tág, a kereten belül számos eset vizsgálható, így például az adózás problémája vagy a képviselői helyek elosztása. Az adózásnál az állam az adótörvényben meghatározott módon jövedelmet von el az adóalanyoktól az állami funkciók ellátásának érdekében. Egyszerű elosztási modellünk szóhasználatával élve, az állam a „jövedelem-túlkínálatból” vonja el a számára szükséges mennyiséget. Az adórendszereket ily módon szemlélve eltekintünk a bevezetett adórendszer jövőbeni hatásaitól, a várható összjövedelem, illetve kiadások bizonytalanságától. Ezen egyszerűsítések ellenére a statikus megközelítésmód rámutat számos évenként jelentkező feszültségre. A képviselői helyek elosztása esetén a problémát az egészértékűség okozza, így például a pártok, a területek, az országok stb. arányos képviselete ritka eseteket kivéve megoldhatatlan. Történelmi példákkal szemléltetjük, hogy a kerekítés heves politikai viták forrása és a végső döntéseket alapvetően befolyásoló tényező. Végül megmutatjuk, hogy a magyar választási rendszerben egy párt szavazótáborának növekedése mandátumvesztést is eredményezhet!

## 1. A MODELLKERET

Az elosztásban résztvevő szereplők véges halmazát jelöljük $N$-nel. A szereplők lehetnek például örökösök, akik egy örökségen osztozkodnak, vagy hitelezők, akik egy csődbement cég vagyonán osztoznak stb. Tegyük fel, hogy a szereplők egy $t$ mennyiségben rendelkezésre álló jószágból részesednek, továbbá legyen az $i \in N$ szereplő igénye $x_i$ . A $t$ és $x_i$ értékekről feltesszük, hogy nem negatívak. Az így bevezetett jelölésekkel definiált $\left(N,t,(x_i)_{i\in N}\right)$ hármas egy *elosztási probléma*. A már említett hitelezői problémánál $t$ a felszámolt vagyon értéke, míg $x_i$ az i személy által nyújtott hitel. Általában a *deficites* esetre koncentrálunk, amikor is az összigények meghaladják a rendelkezésre álló mennyiséget $\left(\sum_{i\in N} x_i > t\right)$ Megjegyzendő, hogy a *szufficites* eset hasonlóképpen kezelhető $\left(\sum_{i\in N} x_i < t\right)$, míg az *egyensúlyi* eset $\left(\sum_{i\in N} x_i = t\right)$ triviális. Megkülönböztetünk *folytonos és diszkrét* elosztási problémákat aszerint, hogy a rendelkezésre álló $t$ mennyiség folytonosan osztható-e vagy sem. Jóllehet a valóságban a pénz sem folytonosan osztható, azonban például 1 Ft értéke már oly csekély, hogy a pénzt az általánosság megszorítása nélkül folytonosan oszthatónak tekintjük. Az egyszerűség kedvéért, illetve a gyakorlatban felmerülő érdekesebb eseteknek megfelelően a diszkrét elosztási problémáknál mind elosztandó mennyiségként, mind igényként csak nem negatív egészeket engedünk meg. Egyszerű példaként említhetjük 3 gitár elosztását 5 gyerek között, vagy a mentőcsónakbeli szűkös férőhelyek elosztását egy süllyedő hajó utasai között. Ez utóbbi két probléma segítségével arra is rámutathatunk, hogy az elosztás során milyen lehetőségekkel nem kívánunk élni. Nevezetesen nem foglalkozunk közvetlenül pénzbeli kompenzációval, időmegosztással vagy sorsolással, amelyek segítségével megkerülhető az egészértékűség problematikája. Az eredendően diszkrét problémák a kompenzációt, az időmegosztást vagy a sorsolást megengedve folytonos problémákká transzformálhatók, így például a gitáros probléma esetén $t$ lehetne a gitáron összesen játszható óra és $x_i$ az $i$ gyerek által igényelt játékidő.

### 1.1. ELOSZTÁSI ELJÁRÁSOK

Egy $r$ elosztási eljárás bármely $\left(N,t,(x_i)_{i\in N}\right)$ deficites elosztási problémához hozzárendel egy $(y_i)_{i\in N}$ elosztást, amelyről feltesszük, hogy $0 \le y_i = r_i\left(N,t,(x_i)_{i\in N}\right) \le x_i$ bármely $i \in N$ szereplő esetén és $\sum_{i\in N} y_i = t$. Az előbbi kikötés szerint senki se kapjon az igényénél többet, ami a deficites esetben indokolt, míg az utóbbi kikötés szerint el kell osztanunk a teljes rendelkezésre álló mennyiséget. A továbbiakban csak deficites problémákkal foglalkozunk, így a deficites jelzőt a továbbiakban elhagyjuk. Diszkrét elosztási problémák esetén még azt is előírjuk, hogy az elosztási eljárás egész értékeket szolgáltasson.

Az egyik legkézenfekvőbb elosztási eljárás az *arányos (proportional)* elosztási eljárás, amely a rendelkezésre álló mennyiséget az igényekkel arányosan osztja el. Nevezetesen,

$$pro\left(N,t,(x_i)_{i\in N}\right) = t \ \frac{x_i}{\sum_{i\in N} x_i}$$

ha $0 < \sum_{i\in N} x_i$. Látható, hogy diszkrét elosztási problémákra az arányos elosztási eljárás korlátozottan, illetve csak közelítőleg vagy várható értékben alkalmazható.

Két másik nevezetes elosztási eljárás egyfajta egalitariánus elosztást eredményez. Az *egyenletes nyereség (uniform gains)* mindenkinek azonos mennyiséget igyekszik juttatni, figyelembe véve, hogy a túl alacsony igényű szereplőknek fölösleges az egyenlőségi szintnek megfelelő mennyiséget adni. Formálisan:

$$ug_i\left(N,t,(x_i)_{i\in N}\right) = \min\{\lambda, x_i\}, \text{ ahol } \textstyle\sum_{i\in N}\min\{\lambda, x_i\} = t.$$

Az *egyenletes nyereség eljárást* számpéldán is szemléltetjük. Legyen $N=\{1,2,3,4\}$, $t = 90$ és $x_1 = 30$, $x_2 = 20$, $x_3 = 45$, $x_4 = 15$. Keressük meg a legkisebb igényű szereplőt, amely a 4. Mint látható, 15-öt az összes szereplőnek juttathatunk, ezért első megközelítésben legyen $y_1 = y_2 = y_3 = y_4 = 15$. Ezzel 4 igényét maradéktalanul kielégítettük és még maradt 30 elosztandó egység. A második legnagyobb igényű szereplő a 2, akinek a pótlólagos igénye 5. Vegyük észre, hogy mindhárom szereplőnek még adható 5 egység, és ezért az elosztás $y_1 = y_2 = y_3 = 20$, $y_4 = 15$-re módosul, amely után még mindig marad 15 kiosztandó egység. Mivel az 1-nek a pótlólagos igénye 10, és ennyi már nem adható mindkét további igényeket támasztó szereplőnek, ezért a 15 egységet egyenlően osztjuk el a két szereplő között. Így megkapjuk az $y_1 = 27{,}5$, $y_2 = 20$, $y_3 = 27{,}5$, $y_4 = 15$ végső elosztást, amelyhez az egyenletes elosztást definiáló képletben szereplő $\lambda = 27{,}5$ érték tartozik.

Az *egyenletes veszteség (uniform losses)* elosztási eljárás az egyenletes nyereség eljárástól abban különbözik, hogy az igényekből elvonandó mennyiségeket igyekszik kiegyenlíteni, a kiosztandó mennyiségekkel szemben. Ha az összes szereplőtől azonos mennyiségeket vonnánk el, akkor előfordulhat, hogy az alacsonyabb igényű szereplőknek negatív mennyiségeket juttatnának, ezért az egyenletes veszteség eljárás megadásakor szükségessé válik egy nemnegativitási korlát beépítése. Formálisan:

$$ul_i\left(N,t,(x_i)_{i\in N}\right) = \max\{0, x_i - \mu\}, \text{ ahol } \textstyle\sum_{i\in N}\max\{0, x_i - \mu\} = t.$$

Az egyenletes veszteség eljárást az előbbi számpéldán szemléltetjük. Először is határozzuk meg az elvonandó mennyiséget, amely $20 = 110 - 90$. Ha lehetséges, akkor terítsük szét az elvonandó mennyiséget a négy szereplőre, tehát szereplőnként 5 egységet kellene elvonnunk, ami az igényeket figyelembe véve lehetséges is, így $\mu = 5$ és $y_1 = 25$, $y_2 = 15$, $y_3 = 40$, $y_4 = 10$.

Az egyenletes nyereség és az egyenletes veszteség eljárások jelentőségét az egyenlőség elvén túl számos érdekes jellemzés támasztja alá, amelyek közül néhányat be is mutatunk. Az arányos elosztási eljáráshoz hasonlóan ez utóbbi két eljárás diszkrét elosztási problémák esetén kizárólag speciális esetekben valósítható meg pontosan.

### 1.2. TULAJDONSÁGOK

Az elosztási eljárásokat különböző igazságossági, logikai és stratégiai tulajdonságokkal jellemezhetjük. Az 1. szakaszt azon tulajdonságokkal zárjuk, amelyek mind a folytonos, mind a diszkrét modellkeretben relevánsak.

Egy $r$ elosztási eljárás *részrehajlásmentes*, ha a segítségével számított, adódó elosztások függetlenek a szereplők címkézésétől, vagy másképpen mondva a szereplők neveitől, és így az elosztások tulajdonképpen csak a szereplők igényeitől függnek. Ha például János 5 darabot, míg Péter 7 darabot igényel a rendelkezésre álló 6 darab egyforma almából, és ez esetben az elosztási eljárás Jánosnak 2 darab és Péternek 4 darab almát juttat, akkor abban az esetben, amikor János és Péter igényeit felcseréljük, az eljárással számított mennyiségek is felcserélődnek, azaz most János kapna 4 darab almát, míg Péter 2 darabot egy részrehajlásmentes elosztási eljárás esetén. A részrehajlás-mentesség nyilván egy igazságossági kritérium.

Egy másik igazságossági kritérium az úgynevezett *azonos igényűek azonos elbánásban részesítése*, amely szerint, ha két szereplő igénye azonos, akkor azonos mennyiségekhez is kell jutniuk.

A logikai tulajdonságokra térve említendő az *erőforrás-monotonitás*, amely szerint a rendelkezésre álló („erőforrás") mennyiség növekedése esetén az igények változatlanságát feltételezve az egyes szereplőknek juttatott mennyiségek nem csökkenhetnek. Az *igénymonotonitás* kizárólag egy szereplő igényének megnövekedése esetén, változatlan elosztandó mennyiség mellett előírja, hogy a megnövekedett igényű szereplőnek juttatott mennyiség ne csökkenjen, míg a többi szereplőnek jutatott mennyiségek egyénenként ne növekedjenek. Egyfajta skálafüggetlenséget ír elő a *homogenitás*, amely teljesülése esetén az elosztási eljárás érzéketlen a megválasztott mértékegységre. Formálisan:

$$\lambda r\left(N,t,\left(x_i\right)_{i\in N}\right)=r\left(N,\lambda t,\left(\lambda x_i\right)_{i\in N}\right),$$

ahol $\lambda$ értéke folytonos elosztási problémák esetén tetszőleges nem negatív valós érték, míg diszkrét elosztási problémák esetén csak nem negatív egészek jöhetnek szóba.

A következő három strukturális invarianciatulajdonság az elosztási eljárásnak az igénykielégítési módtól való függetlenségét ragadja meg. *Konzisztens* eljárás esetén az elosztás független a személyek igény-kielégítési sorrendjétől, azaz

$$r_i\left(N,t,\left(x_i\right)_{i\in N}\right)=r_i\left(N-\{j\},\ t-r_j\left(N,t,\left(x_i\right)_{i\in N}\right),\left(x_i\right)_{i\in N-\{j\}}\right),$$

ahol $i$ és $j$ két különböző szereplő. A konzisztencia ezek szerint megköveteli, hogy a végső elosztáson $j$ előzetes kiszolgálása ne változtasson. Az alulról előállíthatóság megköveteli, hogy egy kisebb mennyiség (pesszimista becslés) előzetes elosztása után egy pótlólagos mennyiség elosztása ugyanarra az eredményre vezessen, mintha egyből a teljes mennyiséget osztottuk volna el. Képlettel megadva

$$r\left(N,t,\left(x_i\right)_{i\in N}\right)=r\left(N,t',\left(x_i\right)_{i\in N}\right)+r\left(N,\left(t-t'\right),\left(x_i-r_i\left(N,t',\left(x_i\right)_{i\in N}\right)\right)_{i\in N}\right),$$

ahol $0 \leq t' \leq t \leq \sum_{i \in N} x_i$ . A *felülről előállíthatóság* követelménye szerint az első lépésben túl nagy mennyiség (optimista becslés) kiosztása után a hiányt elvonva a szereplőktől ugyanahhoz az eredményhez kell jussunk, mintha egyből a valódi rendelkezésre álló mennyiséget osztottuk volna el, azaz

$$r\left(N, t, \left(x_i\right)_{i \in N}\right) = r\left(N, t, r\left(N, t', \left(x_i\right)_{i \in N}\right)\right),$$

ahol $0 \leq t \leq t' \leq \sum_{i \in N} x_i$. Látható, hogy a jobb oldalon az optimista becslésből adódó $r\left(N, t', \left(x_i\right)_{i \in N}\right)$ elosztás a második lépés igényvektora, ami úgy interpretálható, hogy a megkapott vagy kiutalt mennyiségekre a szereplők továbbra is igényt tartanak, és ezen módosított igények alapján kell elosztanunk a valóban rendelkezésre álló $t$ mennyiséget.

Végül két stratégiai jellegű tulajdonságot fogalmazunk meg. Az *összefogásbiztosság* megköveteli, hogy a szereplők összefogása (azaz olyan koalíciók alkotása, amelynek szereplői az elosztási problémában *egy szereplőként* lépnek fel egyéni igényeik összegeként kapott összigénnyel), nem változtat az összefogásban résztvevő szereplők által kapott összemennyiségen. Formálisan, bármely $S \subseteq N$ koalíció esetén

$$\sum_{i \in S} r_i\left(N, t, \left(x_i\right)_{i \in N}\right) = r_s\left(\left(N - S\right) \cup \{s\}, t, \left(\left(x_i\right)_{i \in N-S}, \sum_{i \in S} x_i\right)\right),$$

ahol a jobboldalon *s* szimbolizálja az *S*-beli szereplők által alkotott koalíciót, és ezért a koalíció összigénye $\sum_{i \in S} x_i$. Az adózás példáját tekintve a vállalatok adózási szempontból fuzionálhatnak, amit egy adótörvény megelőzhet egy összefogásbiztos adószámítási eljárás előírásával. A másik stratégiai tulajdonság a *csalásbiztosság*, amely akkor játszik szerepet, ha a szereplők $\left(x_i\right)_{i \in N}$ igényei nem figyelhetők meg, nem ellenőrizhetők és így az elosztásnál csak a szereplők igénybejelentéseivel dolgozhatunk. Ekkor nyilván a szereplők érdekében állhat a valódi igényeiktől eltérő mennyiség bejelentése. Egy *r* elosztási eljárás akkor csalásbiztos, ha a szereplők önként is valódi igényeiket jelentik be. Az adózás esetén az adóalanyok próbálkozhatnak például a bevétel eltitkolásával, amit a gyakorlatban ellenőrzéssel és megfelelő szankciókkal próbálunk megakadályozni, azonban teljes mértékben csak egy csalásbiztos adószámítási eljárás előzhet meg. Megjegyzendő, hogy a szereplők számos helyzetben nem manipulálhatnak az $\left(x_i\right)_{i \in N}$ igényekkel, mint például egy csődbement cég hitelezői és részvényesei sem, hiszen követeléseik hiteles dokumentumokkal igazolandóak. Ebből a példából is érzékelhető, hogy az egyes gyakorlati problémákra alkalmazandó elosztási eljárásokkal szemben eltérő tulajdonságok követelendők meg.

A folytonos elosztási problémákkal a második szakaszban foglakozunk, míg a diszkrét elosztási problémákkal a harmadik szakaszban.

## 2. FOLYTONOS ELOSZTÁSI PROBLÉMÁK

Ebben a szakaszban kizárólag folytonos elosztási problémákkal foglalkozunk. Megadjuk az arányos, az egyenletes nyereség és az egyenletes veszteség eljárás néhány érdekesebb jellemzését. A matematikailag érdeklődő olvasó megtalálhatja a bizonyításokat a hivatkozott források között.

Mivel számos eredményt az adóztatás problémáján szemléltetünk, ezért először beillesztjük az adóztatást egyszerű modellkeretünkbe. Legyen $N$ az adóalanyok halmaza, $x_i$ az $i \in N$ adóalany éves adózandó jövedelme és $t$ az alanyok adózott éves összjövedelme. Ekkor $\sum_{i \in N} x_i - t$ az állami feladatok ellátásához szükséges forrás összege, azaz az adóalanyok által befizetendő adó, és $y_i$ az $i \in N$ adóalany éves adózott jövedelme. A modell elhanyagolja a dinamikus összefüggéseket, így például az adórendszer jövedelemre gyakorolt hatását. Mégis látni fogjuk, hogy ez az egyszerű statikus modell is számos tanulsággal szolgálhat.

Kezdjünk az arányos elosztási eljárás jellemzésével.

***Tétel*** *(O'Neill, 1982). Legyen a szereplők száma legalább három. Az arányos elosztási eljárás az egyetlen részrehajlásmentes és összefogásbiztos elosztási eljárás.*

Speciálisan az adózási problémára gondolva *O'Neill* tétele szerint csak az egykulcsos adórendszer semleges az alanyok összefogásával, illetve szétválásával szemben. Az egykulcsos adórendszer ilyen jellegű jó tulajdonsága nem is meglepő, de az, hogy bármely más adórendszer vagy összefogásra, vagy szétválásra ösztönözhet, már nem ilyen nyilvánvaló. Nem meglepő, hogy a társasági adó egykulcsos, hiszen több vállalat viszonylag könnyen egyesülhet, illetve egy vállalat könnyen széteshet több vállalatra, ha az adózási szempontból kifizetődő. Természetesen a különféle adókedvezmények miatt valójában a társasági adó meghatározása sem az arányos elosztási eljárás szerint történik, ami sokszor az O'Neill tételében szereplő részrehajlás-mentességi feltétel sérüléséhez is vezethet. A személyi jövedelemadó esetében az egyének összefogási lehetősége már korlátozottabb. Elképzelhető ugyan, hogy rokonok, barátok stb. más javára (pl. alacsonyabb jövedelmű házastárs javára) fizetettnek ki bizonyos jövedelmeket, de bérjövedelmek esetében ez szinte elképzelhetetlen. Így O'Neill tétele a személyi jövedelemadó törvény számára kevés mondanivalóval bír.

Térjünk rá a másik stratégiai tulajdonságra, a csalásbiztosságra. Emlékeztetőül: egy eljárás csalásbiztos, ha mindenkinek érdekében áll valódi igényét kinyilvánítani. Az arányos elosztási eljárás nyilván nem csalásbiztos, hiszen bármely szereplő egyoldalúan inkább a valódi igényénél nagyobb igényt jelent be, ezzel megnövelve az arányos részesedését. Hasonlóan meggondolható, hogy az egyenletes veszteség eljárás sem csalásbiztos. Az egyenletes nyereség eljárás viszont csalásbiztos, mert $\lambda < x_i$ esetén hiába módosítja $i$ igényét az $x_i^* > x_i$ értékre, ugyanis továbbra is csak $y_i = \lambda$ mennyiséghez juthat. A három ismertetett eljárás közül tehát csak az egyenletes nyereség eljárás csalásbiztos, de vajon találhatók-e még további csalásbiztos eljárások? Erre a kérdésre adott nemleges választ *Sprumont*.

Sprumont (1991) eredményének ismertetése előtt jegyezzük meg, hogy a hamis igények bejelentésének lehetősége miatt a szereplők valódi igényeiknél nagyobb mennyiségekhez is juthatnak, ami fölösleges mennyiségek eltávolításának, raktározásának, megsemmisítésének költségével járhat. A kapott mennyiségek összehasonlítása érdekében Sprumont felruházta az egyes szereplőket a mennyiségek fölötti $\left(R_i\right)_{i\in N}$ egycsúcsú és folytonos preferenciarendezésekkel. Az *egycsúcsúság* alatt az értendő, hogy bármely szereplő a valódi igényét szeretné leginkább megkapni, míg ennél nagyobb mennyiségek a mennyiség növekedésével egyre kevésbé kedveltek, illetve ehhez hasonlóan, a valódi igénynél kisebb mennyiségek a mennyiség csökkenésével egyre kevésbé kedveltek. A *preferenciarendezés folytonossága* egy pusztán technikai jellegű feltétel, amely szerint bármely $x\in[0,t]$ mennyiségre zártak az $\{u\in[0,t], xR_iu\}$ alsó és $\{u\in[0,t], uR_ix\}$ felső nívóhalmazok. Hamis igények bejelentésével elképzelhető, hogy az eredendően deficites esetben is az elosztási eljárás egy szufficites esettel szembesül. Ezért a szükséges *hatékonysági* feltételt a következőképpen fogalmazzuk meg: az igénybejelentések alapján deficites esetben mindenki a bejelentett igényénél kevesebbet kap, míg az igénybejelentések alapján szufficites esetben mindenki a bejelentett igényénél többet kap. Ezek után már kimondhatjuk Sprumont tételét.

***Tétel** (Sprumont, 1991). Ha a szereplők preferenciái egycsúcsúak és folytonosak, akkor a hatékony, részrehajlásmentes elosztási eljárások körében az egyetlen csalásbiztos eljárás az egyenletes nyereségelosztási eljárás.*

O'Neill és Sprumont tételei szerint nem található egyszerre összefogásbiztos és csalásbiztos eljárás. Sprumont tételét az adózási problémára vonatkoztatva nem található olyan adószámítási eljárás, amely kizárólag az (ellenőrzés nélküli) önbevalláson alapulhat, hiszen az egyfajta „szocialista" megoldást megtestesítő egyenlő nyereség eljárás nem jutalmazza a többletteljesítményt, így egy dinamikus modellkeretben vizsgálva mindenképpen rossz eredményt szolgáltatna. Bár az adóztatást tekintve ez utóbbi eredmények gyakorlati szemszögből nézve nem meglepőek, azonban a tapasztalatok szerint legfeljebb csak annyit állíthatunk, hogy még nem konstruáltak „ideális adórendszert". A bemutatott tételek arra mutatnak rá, hogy miért is nem alkotható ideális adórendszer.

Az adózási problémánál maradva egy adószámítási eljárás *fair*, ha a magasabb jövedelem magasabb nettó jövedelemmel jár (azaz $x_i \le x_j \to y_i \le y_j$) és magasabb adófizetési kötelezettséggel (azaz $x_i \le x_j \to x_i - y_i \le x_j - y_j$). Egy adószámítási eljárás *progresszív*, ha a magasabb jövedelem nagyobb adózási rátával jár:

$$x_i \le x_j \to \frac{x_i - y_i}{x_i} \le \frac{x_j - y_j}{x_j}\ .$$

Ellenkező esetben:

$$x_i \le x_j \to \frac{x_i - y_i}{x_i} \ge \frac{x_j - y_j}{x_j}$$

*regresszív* adózásszámítási eljárásról beszélünk. Ez utóbbi két tulajdonsággal jellemezhető az egyenletes nyereség és az egyenletes veszteség eljárás.

***Tétel**. A fair eljárások közül az egyenletes nyereség eljárás a legprogresszívebb, míg az egyenletes veszteség eljárás a legregresszívebb.*

A tétel vázlatos bizonyítását illetően lásd *Moulin* (2003).

Visszatérve az általános elosztási problémára, a tárgyalt három elosztási eljárás a következőképpen jellemezhető.

***Tétel** (Moulin, 2000). Ha a szereplők száma legalább három, akkor az azonos igényűek azonos elbánásban részesítésének, a homogenitásnak, a konzisztenciának, az alulról előállíthatóságnak és a felülről előállíthatóságnak kizárólag az arányos, az egyenlő nyereség és az egyenlő veszteség eljárások tesznek eleget.*

A folytonos elosztási problémákra vonatkozó eredmények jó áttekintését adja Moulin (2002a) és *Thomson* (2003). Frissebb ilyen irányú eredményeket ért el többek között Moulin (2006) valamint *Ju, Miyagawa és Sakai* (2007).

## 3. DISZKRÉT ELOSZTÁSI PROBLÉMÁK

Ebben a szakaszban rátérünk a diszkrét elosztási problémákra. Mivel az ilyen típusú jelenségeket matematikailag először a képviseleti (mandátumszámítási) szisztémán vizsgálták, ezért ennek segítségével tárgyaljuk a diszkrét elosztási rendszereket, kitérve a képviseleti probléma történelmi érdekességeire is. A bemutatott eredmények természetesen nem korlátozódnak a képviseleti problémára. A szakaszt végül a képviseleti problémához nem kapcsolható diszkrét elosztási eljárásokra vonatkozó eredményekkel zárjuk.

### 3.1. A KÉPVISELETI PROBLÉMA TÖRTÉNETE

A képviseleti problémában $N$ a pártok vagy területi egységek halmazát jelöli. Mivel a képviselőhelyek számának meghatározása körüli politikai és akadémiai vita az Egyesült Államokban tekint vissza a legnagyobb múltra, ezért a továbbiakban elsődlegesen pártok helyett államokról fogunk beszélni. Ráadásul az államok számának időbeli növekedése és az egyes államok népességének eltérő növekedési üteme természetesen felfedte az egyes államokhoz rendelendő képviselőhelyek meghatározásának ellentmondásosságát. Ezért jelölje $x_i$ az $i \in N$ állam népességét (pártok esetében az $i$ párt szavazóinak számát) és $t$ a képviselőház méretét.

Az Amerikai Egyesült Államok alkotmánya nem rendelkezett konkrét elosztási eljárásról, viszont rögzítette az elosztás népességszámtól függését és az államok képviselőszámainak tízévenkénti népszámlálásokat követő újra meghatározását. Az államok népességarányos képviselete a szükséges kerekítések miatt kivitelezhetetlen, ezért az „egy ember egy szavazat” elv sérül. Ezek után a kérdés már csak az lehet, hogy milyen közel kerülhetünk az arányos képviselethez. Megjegyzendő, hogy újabb államok felvétele és a népesség gyarapodása miatt a képviselőház mérete is folyamatosan növekedett, ami – mint azt a későbbiek során látni fogjuk – két alapvető paradoxon felmerüléséhez vezetett. A történeti áttekintést *Young* (1994, 3. fejezet), továbbá *Balinski* és Young (2001) a témával részletesen foglalkozó munkái alapján végezzük. Az európai és a magyar választási rendszer szemszögéből *Mészáros* és *Szakadát* (1993) tekinti át a különböző mandátumszámítási eljárásokat.

1791–92-ben *Alexander Hamilton és Thomas Jefferson* két eltérő módszerrel állt elő. Hamilton módszere, a „legnagyobb maradékok módszere” első lépésben meghatározza az államok úgynevezett

$$q_i = \frac{x_i}{\sum_{i \in N} x_i} t$$

*kvótáit*, amelyek tulajdonképpen az államok arányos részesedései, majd második lépésben mindegyik államnak megadja a kvótájának $\lfloor q_i \rfloor$ (alsó) egészrészét, és végül a fennmaradó helyeket kiosztja a legnagyobb maradékú államok között. Tekintsük a 105 fős képviselőház képviselőhelyeinek az 1790-es népszámlálási adatok alapján Hamilton eljárásával adódó elosztását (lásd az 1. táblázatot).

**1. táblázat. Államok képviselőhelyeinek meghatározása 1790-es népességi adatok alapján**

| Államok | Népesség | Kvóta | Jefferson | Hamilton |
|---|---|---|---|---|
| Virginia | 630560 | 18,310 | 19 | 18 |
| Massachusetts | 475327 | 13,803 | 14 | 14 |
| Pennsylvania | 432879 | 12,570 | 13 | 13 |
| North Carolina | 353523 | 10,266 | 10 | 10 |
| New York | 331589 | 9,629 | 10 | 10 |
| Maryland | 278514 | 8,088 | 8 | 8 |
| Connecticut | 236841 | 6,877 | 7 | 7 |
| South Carolina | 206236 | 5,989 | 6 | 6 |
| New Jersey | 179570 | 5,214 | 5 | 5 |
| New Hampshire | 141822 | 4,118 | 4 | 4 |
| Vermont | 85533 | 2,484 | 2 | 2 |
| Georgia | 70835 | 2,057 | 2 | 2 |
| Kentucky | 68705 | 1,995 | 2 | 2 |
| Rhode Island | 68446 | 1,988 | 2 | 2 |
| Delaware | 55540 | 1,613 | 1 | 2 |
| Összesen | 3615920 | 105,000 | 105 | 105 |

Forrás: Balinski és Young (2001) 158. oldal.

A kvóták alsó egészrészeinek összege 97, így Hamilton még 8 helyet oszt ki a legmagasabb maradékú államok között, amely eredményeként 0,570 maradékkal Pennsylvania az utolsó még további helyhez jutó állam.

Jefferson Hamilton eljárásában a közös osztót – a megcélzott egy képviselőre jutó lakosok számát – hiányolta a végső számok megállapításában, mivel a fennmaradó mandátumok nem egy osztó segítségével határozódnak meg. Hamilton eljárása Jefferson szerint ezért alkotmánysértő. *George Washington* elnök Jefferson érvelése alapján támogatta Hamilton megoldásával szemben Jefferson alternatív megoldását, amely egy a

$$\sum_{i \in N} \left\lfloor \frac{x_i}{d} \right\rfloor = t$$

egyenlőséget kielégítő *d* közös osztót választ, és ekkor az *i* államnak $y_i = \lfloor x_i/d \rfloor$ helyet ad. Jefferson a közös osztó meghatározásához választott egy kiindulási értéket, amelynek segítségével meghatározta az $y_i = \lfloor x_i/d \rfloor$ értékeket. Ha így túl sok helyet osztanánk ki ($\sum_{i \in N} y_i > t$), akkor növeljük *d* értékét, míg fordítva, ha túl kevés helyet osztanánk ki ($\sum_{i \in N} y_i < t$), akkor csökkentjük a *d* közös osztót. Az eljárást addig ismételjük, amíg nem találunk egy pontos elosztást eredményező közös osztót.[1] Az 1. táblázatban látható Jeffersoni elosztás megkapható a *d*=33 000 közös osztóval. A táblázatból leolvasható, hogy a két eljárás csak Virginia és Delaware államok esetében szolgáltat különböző értékeket. Jefferson eljárásának alkalmazása mellett (alkotmányossági érvelésén kívül) az is szerepet játszhatott, hogy mind Washington, mind Jefferson virginiaiak voltak.

Egy a jeffersoni megoldást szolgáltató alternatív eljárást adott *Victor D'Hondt* 1878-ban, így Európában az ő neve alatt szokás emlegetni a Jeffersoni megoldást. D'Hondt közös osztók iteratív keresése helyett az ő nevével fémjelzett D'Hondt-mátrix segítségével határozta meg a mandátumok elosztását (pártok esetében). A két számítási mód összehasonlításához tekintsük a 2. táblázat mintapéldáját, amelyben 8 képviselőhelyet kívánunk elosztani. A Jeffersoni megoldás megkapható például a *d*=3200 közös osztóval. A feladathoz tartozó D'Hondt-mátrix a 3. táblázatban látható. A D'Hondt mátrixban az államok népességeit rendre elosztjuk az államok lehetséges mandátumainak számával (i = 1, ...., 8).

**2. táblázat. Négy államos mintapélda**

| Államok | Népesség | Kvóta | Jefferson |
|---|---|---|---|
| A | 13 000 | 3,467 | 4,000 |
| B | 3 100 | 0,827 | 0,000 |
| C | 4 125 | 1,100 | 1,000 |
| D | 9 775 | 2,607 | 3,000 |
| Összesen | 30 000 | 8 | 8 |

Az oszlopok i-edik számított értékei így megadják, hogy i képviselő esetén az állam egy képviselője hány lakost képviselne. E képviseleti arányokat 8 hely kiosztása mellett kívánjuk a lehető legnagyobbnak választani, ami a 3. táblázatban vastag számokkal jelzett megoldáshoz vezet, azaz A négy, B nulla, C egy és D három helyet kap, akárcsak a jeffersoni megoldás szerint. A táblázatból leolvasható, hogy a jeffersoni közös osztónak bármely 3101–3250 intervallumba eső egész érték megfelel.

**3. táblázat. Négy államos D'Hondt-mátrix**

| Államok | A | B | C | D |
|---|---|---|---|---|
| Népesség | 13000 | 3100 | 4125 | 9775 |
| 1 | **13000** | 3100 | **4125** | **9775** |
| 2 | **6500** | 1550 | 2063 | **4888** |
| 3 | **4333** | 1033 | 1375 | **3258** |
| 4 | **3250** | 775 | 1031 | 2444 |
| 5 | 2600 | 620 | 825 | 1955 |
| 6 | 2167 | 517 | 688 | 1629 |
| 7 | 1857 | 443 | 589 | 1396 |
| 8 | 1625 | 388 | 516 | 1222 |

1 Ilyen közös osztó ritka esetektől eltekintve található. Problémát okoz például páratlan képviselőhely elosztása két azonos népességű állam között. Precíz tárgyalásmód esetén az ilyen esetek miatt halmazértékű elosztási eljárásokat kellene megengednünk.

Jefferson eljárását az Egyesült Államokban 1840-ig alkalmazták, mivel addigra már nyilvánvalóvá vált, hogy az eljárás a nagyobb államoknak (pártok esetén a nagyobb szavazótáború pártoknak) kedvez. E ténynek egyszerű oka, hogy a lefelé kerekítéssel a kis államok relatíve többet vesztenek a nagy államokhoz képest. Ez a megállapítás és több alapító tagállam relatív súlyának csökkenése hosszabb vitákhoz vezetett, amelyek során *Adams* 1832-ben Jefferson eljárásában a lefele kerekítést felfele kerekítéssel kívánta helyettesíteni, ami viszont nyilván a kis államoknak kedvezett volna. Ezért *Webster* 1832-ben a lefelé vagy felfelé kerekítés helyett a hagyományos (a közelebbi egészhez történő) kerekítést javasolta, amivel átmeneti sikert aratott, ugyanis eljárását az 1840-es népszámlálást követően alkalmazták is a következő népszámlálásig. *Vinton* 1850-ben a tíz évente, az északi és déli államok közötti maradékok fölötti vitát egy a képviselőhelyet meghatározó tartós eljárással kívánta megelőzni és ehhez burkoltan egy a hamiltoni eljárással ekvivalens eljárás törvényi szintű előírását javasolta. Indítványával ugyan sikerrel járt, bár 1850-től 1910-ig, amely időszak alatt jogilag Hamilton eljárását kellett volna alkalmazni, többször is eltértek valamelyest a hamiltoni megoldástól. Az 1860-as és 70-es években ugyan a képviselőház megcélzott mérete mellett valóban kiszámították a hamiltoni elosztást, de utólag az egyes államok alkudozása után megnövelték néhány hellyel a képviselőház méretét, amely már egy hamiltoni megoldástól eltérő elosztást eredményezett. Külön érdekesség, hogy a hamiltoni megoldástól való eltérés az elnökválasztás kimenetelét is befolyásolta, így történhetett például, hogy a republikánus Hayes kb. 4 milló szavazóval verte a kb. 4,3 milló szavazatot szerző demokrata elnökjelölt Tildent. Maga az a tény, hogy kevesebb szavazattal is lehetett elnökválasztást nyerni nem olyan meglepő, itt azonban a helyzet érdekessége, hogy a törvényileg előírt hamiltoni eljárás alkalmazása mellett Tilden több elektort szerzett volna, és megnyerte volna az elnökválasztást.

Hamilton eljárása sérti az 1.2. pontban bevezetett erőforrás monotonitást, ami 1881-ben jutott a képviselőház tudomására, amikor is az új képviselőház létszámának (ez 275-től 350-ig terjedhetett) meghatározása során azt tapasztalták, hogy Alabama állam képviselőinek száma 8-ról 7-re csökkenne, ha 299-ről 300-ra növelnék a ház tagjainak számát. A problémát átmenetileg úgy orvosolták, hogy a képviselők számát 325-re növelték. A helyzet 1901-ben súlyosbodott, ugyanis Maine állam képviselőinek a száma 3 és 4 között váltakozott a 350-től 400-ig terjedő házméretek esetén. Ezért 1911-ben újra Webster eljárásához tértek vissza. Megjegyzendő, hogy az úgynevezett *osztó módszerek*, amelyek mind Jefferson módszerével azonosan egy közös osztóval dolgoznak és csak az alkalmazott kerekítésben térnek el egymástól, mentesek az Alabama-paradoxontól, azaz erőforrás-monotonok.

Hamilton eljárásánál egy másik nevezetes paradoxon, az úgynevezett *népességparadoxon* is előfordulhat, amely az 1.2. pontban megfogalmazott igénymonotonitás megsértését jelenti. A népességparadoxont egy négyállamos példán szemlélteti a 4. táblázat, amelyben kizárólag az A állam lakossága változik, és amelynek következtében furcsa módon B állam képviselete növekszik eggyel D rovására, ami sérti az igénymonotonitást, hiszen A állam lakosságának növekedése miatt (a többiek lakosságának változatlansága mellett) B képviselői lettek többen.

**4. táblázat. Népességparadoxon**

| Államok | Népesség | Kvóta | Hamilton | Népesség' | Kvóta' | Hamilton' |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | 12820 | 11,642 | 12 | 13000 | 11,729 | 12 |
| B | 1800 | 1,635 | 1 | 1800 | 1,624 | 2 |
| C | 3400 | 3,088 | 3 | 3400 | 3,067 | 3 |
| D | 9510 | 8,636 | 9 | 9510 | 8,580 | 8 |
| Összesen | 27530 | 25 | 25 | 27710 | 25 | 25 |

Webster módszere Europában *Sainte-Laguë* néven vált ismertté. Sainte-Laguë 1910-ben a képviselőhelyek számát egy optimalizációs feladat megoldásaként határozta meg, nevezetesen minimalizálta az egy lakosra jutó államonkénti (pártonkénti) mandátumszámok népességszámmal súlyozott négyzetes eltérését az országos átlagtól. Formálisan:

$$\min \sum_{i \in N} x_i \left( \frac{y_i}{x_i} - \frac{t}{\sum_{i \in N} x_i} \right)^2, \text{ ahol } \sum_{i \in N} y_i = t \text{ és } y_i\text{-k egészek.}$$

Igazolható, hogy a fenti optimumszámítási feladat megoldása pontosan a websteri megoldást adja.

Webster megoldása az Egyesült Államokban nem volt hosszú életű, és csak 1940-ig volt érvényben. Eljárásának leváltását *Hill* 1911-es javaslata előzte meg, amely szerint a képviselőhelyek elosztása akkor megfelelő, ha az államokat páronként vizsgálva egyik államtól sem lehet egy képviselőhelyet egy másik államhoz úgy átcsoportosítani, hogy közben ne növekedjen valamilyen egyenlőtlenségi mérték. Hill egyenlőtlenségi mértéknek a

$$\frac{y_i / x_i}{y_j / x_j} - 1, \text{ ahol } \frac{y_i}{x_i} > \frac{y_j}{x_j},$$

relatív képviseltségi arányt javasolta. Így például, ha *i* állam 5 millió fővel 25 helyet kapna, míg *j* állam 1 millió fővel 4 helyet kapna, akkor az *i*-nél az egy lakosra jutó képviselők száma 5 milliomod és *j*-nél ugyanez az érték 4 milliomod. Tehát Hill egyenlőtlenségi mértéke alapján *i* 25%-kal jobban képviselt *j*-nél. Ha most *i* kapna 24 helyet és *j* kapna 5 helyet, akkor *i* értéke 4,8 milliomodra módosulna, míg a *j*-é 5 milliomodra, és így Hill egyenlőtlenségi mértéke szerint j kb. 4,17%-kal jobban képviselt i-nél. Mivel Hill szerint csökken az egyenlőtlenség, érdemes egy képviselőhelyet elvenni *i*-től *j* javára. Megjegyzendő, hogy a relatív képviseltségi arány helyett nézhettük volna például az

$$\frac{y_i}{x_i} - \frac{y_j}{x_j}, \text{ ahol } \frac{y_i}{x_i} > \frac{y_j}{x_j},$$

képviseltségi arányok abszolút eltérését, amely az előbbi számpéldát tekintve a transzferrel 1 milliomodról 0,2 milliomodra csökkenne. Ezért ez utóbbi egyenlőtlenségi mérték szerint is érdemes egy képviselőhelyet elvenni *i*-től *j* javára. Igazolható, hogy ez utóbbi egyenlőtlenségi mértéket alkalmazva pontosan a websteri megoldás adódik.

*Huntington* (1921) igazolta, hogy Hill egyenlőtlenségi mértéke valóban mindig megoldást szolgáltat, azaz az egyenlőtlenségi mérték ciklizálásának esete nem fordulhat elő. Huntington eljárást is adott a Hilli megoldására, amely Jefferson eljárásától csak annyiban tért el, hogy a kerekítésnél a kvótához két legközelebbi egész mértani átlagától kerekít felfelé, különben pedig lefelé. Huntington további érdeme, hogy meghatározta az

$$\frac{y_i}{x_i} > \frac{y_j}{x_j}$$

egyenlőtlenség különböző átrendezéséből nyerhető 16 egyenlőtlenségi mérték közül azokat, amelyek minden esetben eredményt szolgáltatnak (ciklusmentesek). Mivel néhány egyenlőtlenségi mérték ugyanazt a megoldást szolgáltatja, így csak 5 különböző megoldás maradt. Ezek közül már néggyel találkoztunk: Jefferson, Adams, Webster és Hill megoldásai. Az ötödik megoldás az egy képviselőre jutó lakosok számát kívánja a lehető legegyenletesebbé tenni, az

$$\frac{x_j}{y_j} - \frac{x_i}{y_i}, \text{ ahol } \frac{y_i}{x_i} > \frac{y_j}{x_j}\ ,$$

egyenlőtlenségi mértékkel. Megjegyzendő, hogy ez utóbbi eljárást *Dean* 1832-ben már javasolta egy Websternek írt levelében. Dean megoldása is meghatározható egy osztó módszerként, amelyben kerekítési pontnak a kvótához eső két legközelebbi egész harmonikus átlaga választandó. A harmonikus, a mértani és a számtani átlag közötti nagyságrendi viszonyból adódóan az említett öt eljárás a következő sorrendben kedvez a nagy államoknak: Adams, Dean, Hill, Webster és Jefferson.

Huntington a tudományos közösséget (köztük *Neumann Jánost* is) maga mögé állítva, elérte eljárásának elfogadását, így 1941-től napjainkig az Egyesült Államokban a Hill-i megoldás adja a tízévente újraszámítandó mandátumszámokat. Az Amerikai Tudományos Akadémia (National Academy of Sciences) bizottsága Huntington mellett a következő okfejtéssel foglalt állást:

(1) *csak népességparadoxon-mentes eljárások engedhetők meg* és

(2) *az öt felmerült eljárás közül Hill eljárása pontosan két-két eljárásnál kedvez jobban, illetve kevésbé a nagy államoknak.*

Talán nem meglepő, hogy Huntington sikere nem feltétlenül az akadémiai közösségnek köszönhető, hanem inkább a politikai erőviszonyoknak. Az 1940-es népszámlálást követően a hilli és a websteri megoldás két állam esetében adott eltérő eredményt, nevezetesen Hill Michigan rovására Arkansasnak eggyel több képviselőhelyet adott. Mivel ekkor Arkansas biztos demokrata államnak számított, míg Michigan republikánusnak, így a michigani demokratákat leszámítva az összes demokrata képviselő Hill megoldása mellett szavazott. Megjegyzendő, hogy a Hill–Huntington eljárást kizárólag az Egyesült Államokban alkalmazzák.

### 3.2. A KÉPVISELETI PROBLÉMA MATEMATIKAI VIZSGÁLATA

Az előző pontban a képviseleti probléma Egyesült Államokbeli történelmén keresztül ismerkedtünk meg az alapvető mandátumszámítási eljárásokkal és az alkalmazásukkal párosuló problémákkal. Felvetődhet bennünk, hogy lehetne-e a már megismert eljárásoknál jobb tulajdonságú eljárást találni. Nyilván csak részrehajlásmentes és homogén eljárásokat engedünk meg. Továbbá azt is kiköthetjük még, hogy az arányos elosztás kivitelezhetősége esetén (azaz amikor az összes kvóta egész), az eljárás valóban az arányos elosztást szolgáltassa. Ez utóbbi tulajdonságnak eleget tevő elosztási eljárásokat *egzaktaknak* nevezik. Egy másik fontos tulajdonság a *páronkénti konzisztencia*, amely megköveteli, hogy egy elosztási eljárás bármely kapott elosztását véve, az adott eljárással a kapott helyeken újraosztozkodó bármely két állam „kettesben" ugyanahhoz az egymás közötti elosztáshoz jusson. Ezen és a korábban bevezetett tulajdonságok segítségével jellemezhetjük az osztómódszereket.

***Tétel*** *(Young, 1994). A részrehajlás-mentes, páronként konzisztens, homogén és egzakt eljárások körében a népességparadoxon-mentes eljárások pontosan az osztómódszerek.*[2]

Ezek szerint szívesen korlátoznánk magunkat osztómódszerekre, azonban mint a 4. táblázat mutatja, az osztómódszerek is produkálhatnak fura eredményeket. Mint látható a D állam képviselőinek száma több mint egy hellyel (a közös osztó $d$=2620) haladja meg a kvótáját, azaz Jefferson eljárása sérti az úgynevezett *kvótafeltételt*, amely szerint az államoknak a kvótájuk le- vagy felkerekített számú képviselőhelyekhez kell jutniuk. Hamilton eljárása viszont nyilván teljesíti a kvótafeltételt.

**5. táblázat. Jefferson megoldása sérti a kvótafeltételt**

| Államok | Népesség | Kvóta | Jefferson |
|---|---|---|---|
| A | 13 000 | 4,727 | 4,000 |
| B | 3 100 | 1,127 | 1,000 |
| C | 4 125 | 1,500 | 1,000 |
| D | 89 775 | 32,645 | 34,000 |
| Összesen | 110 000 | 40 | 40 |

***Tétel*** *(Balinski és Young). Bármely népességparadoxon-mentes eljárás sérti a kvótafeltételt.*

Így az osztómódszerek szükségszerűen sértik a kvótafeltételt. Tehát az alkalmazandó eljárás megválasztásakor bele kell nyugodnunk, hogy a kvótafeltétel esetleg nem teljesül, vagy felmerül a népességparadoxon. Megjegyzendő, hogy a népességparadoxon-mentes eljárások egyben Alabama-paradoxon-mentesek is.

Sokan inkább a népességparadoxont tartják elkerülendőknek, ezért számos országban valamelyik osztómódszert alkalmazzák, bár Hamilton módszerének alkalmazása is előfordul. Az osztómódszerek közül Balinski és Young (2001) a fenti két tulajdonságot egybevetve, szimulációs eredményekre támaszkodva Webster módsze-

2 A tételt ilyen formában Young (1994, 62. oldal) mondta ki. Az eredményt megalapozó tételeket Balinski és Young (2001) monográfiájának 1982-ben megjelent első kiadása már tartalmazza.

rének alkalmazását javasolja, ugyanis számításaik szerint az alkalmazott osztómódszerek közül messze ez az eljárás sérti a legritkábban a kvótafeltételt, nevezetesen az esetek 0,61 ezrelékében.

Webster eljárása mellett még egy másik jellemzése is szól, amelyhez szükségünk lesz egy újabb tulajdonságra. *A két állam alapmegoldás* szerint két állam esetében az államoknak a kvótájukhoz közelebbi egészértéket kell kapniuk. Egy elosztási eljárás *páronként konzisztens a két állam alapmegoldással,* ha páronként konzisztens és két állam esetében a két állam alapmegoldást szolgáltatja.

***Tétel** (Young, 1994). Webster eljárása az egyetlen két állam alapmegoldással páronként konzisztens eljárás.*

Balinski és Young (2001) számos további érvet sorakoztat fel amellett, hogy kis és nagy államok viszonylatában Webster eljárása a legsemlegesebb.

### 3.3. A MAGYAR VÁLASZTÁSI RENDSZER

A magyar választási rendszer pontos leírását adja az országgyűlési képviselők választásáról szóló 1989. évi XXXIV. törvény, illetve egy olvasmányos, példákban és interpretációkban gazdag bemutatását tartalmazza *Körösényi, Tóth és Török* (2003, VII. fejezet). A számunkra lényeges elemeket röviden áttekintjük. A magyar választási rendszer kombinálja a többségi elvet (az egyéni választókerületekben) és az arányossági elvet (a területi és az országos listákon), és ezért a 3.1. és 3.2. pontokban megismert tulajdonságok közvetlenül nem alkalmazhatók. Tovább bonyolítja a helyzetet, hogy az egyéni jelöltre leadott szavazat a vesztes jelöltekre leadott szavazatokon keresztül az országos listán már az arányossági elven alapuló ággal is keveredik. Az „egy ember egy szavazat" elv megközelítéséhez a többségi elven alapuló elemnél közel azonos méretű választókerületek kialakítása szükséges. Mivel Magyarországon jelenleg 60 ezer főnél nagyobb és 30 ezer főnél kisebb egyéni választókerületek is találhatók, ezért a legnagyobb választókerületekben szavazók szavazata a legkisebb választókerületekben szavazókénak felét sem éri el,[3] és így különösebb elemzések nélkül is megállapítható, hogy a szavazópolgárok közel azonos képviseltségének követelménye sérül. A választókerületek időszakonkénti átméretezésének kérdésével, illetve az erre vonatkozó, az összes párt által elfogadható átszabást eredményező módszerek keresésével jelen tanulmányban nem kívánunk foglalkozni. A kérdés bonyolultságát jelzi Balinski és *Pukelsheim* (2005) következő kijelentése: „Ma már választásokat nem a szavazók elnyerésével, hanem a választókerületek ügyes átszabdalásával lehet nyerni." Megjegyzendő, hogy a választókerületek megfelelő átszabása igazán a többségi elven alapuló választási rendszerek problematikája. Ezek után már csak a választási rendszerünknek az arányosság elvén nyugvó ágát vizsgáljuk meg abból a szempontból, hogy megengedi-e a népességparadoxon előfordulását.

A teljesség kedvéért röviden tekintsük át a magyar választási rendszert. Az összesen 386 mandátum három részre oszlik: 176 egyéni mandátumra, 152 területi

3 Az országos listán keresztül ez az egyenlőtlenség kisebb mértékben kompenzálódik, mivel a nagyobb választókerületekből több egyéni vesztes szavazat kerül fel az országos listára.

listás mandátumra és 58 országos listás mandátumra, ahol az utóbbihoz a ki nem osztott területi listás mandátumok hozzáadódnak. Egy egyéni mandátum az első fordulóban abszolút többséggel, míg eredménytelen első forduló esetén a második fordulóban már relatív többséggel megszerezhető. Az egyéni választókerületben vesztes, de az 5%-os országos küszöböt átlépő pártok jelöltjeinek az első fordulóban megszerzett szavazatai felkerülnek az országos kompenzációs listára. Budapest és a 19 megye területi listás eredményei külön-külön határozódnak meg a Hagenbach-Bischoff-formulával, amely szerint az adott területi listán leadott összes szavazat elosztandó a területi listán kiosztható mandátumok számának eggyel növelt értékével, ezzel meghatározva az egy mandátum megszerzéséhez szükséges szavazatok számát. Ezek után az egyes pártok megkapják a rájuk leadott szavazatok és az egy mandátum megszerzéséhez szükséges szavazatok hányadosa lekerekített értékének megfelelő számú mandátumot. Elképzelhető, hogy ezek után a területi listán még maradnak kiosztatlan mandátumok, amelyek az úgynevezett ***kétharmados szabállyal*** még kioszthatók. Ez utóbbi szabály megengedi a ***legnagyobb maradékok elve*** (lásd Hamilton) szerint a még legalább kétharmadnyi mandátumra igényt tartó pártok mandátumszerzését. Ha a kiosztatlan mandátumoknál kevesebb párt éri el az egy mandátum megszerzéséhez szükséges szavazatok kétharmadát, akkor a kiosztatlan mandátumok átkerülnek az országos listára. Természetesen, ha a kiosztatlan mandátumokra aspiráló több párt is átlépi a kétharmados küszöböt, akkor a megfelelő számú kisebb maradékú pártok nem jutnak mandátumokhoz és a területi lista összes mandátuma kiosztható. Ezek után a kétharmados szabállyal mandátumot nem eredményező szavazatokat átvezetik az országos listára, míg a kétharmados szabállyal mandátumot nyerő pártok esetén az egy mandátum szerzéséhez hiányzó szavazatok számát levonják az országos listáról. Az országos listán kiosztható mandátumok száma 58, plusz a területi listákon ki nem osztott mandátumok száma. Egy 5%-os küszöböt átlépő párt esetén az országos listára felkerülő szavazatok száma a vesztes egyéni szavazatainak összege és a területi listák átvezetéseinek egyenlege. Az országos listán kiosztható mandátumokat az országos listára felkerült szavazatok alapján D'Hondt algoritmusával osztják ki.

Nem osztómódszerről lévén szó (a 20 területi listán és az országos listán más-más osztóval dolgozunk), a Balinski–Young-tétel alapján sejthetjük, hogy a magyar mandátumszámítási módszer megengedi a népességparadoxont. Azonban a Balinski–Young-tétel nem alkalmazható a magyar rendszerre, mivel nem teljesíti sem a páronkénti konzisztencia, sem az egzaktság feltételeit. Sőt, a feltételek eredeti formájukban nem is értelmesek a magyar rendszerben, mivel mind a többségi elvű ágon, mind az arányossági elvű ágon leadott szavazatok keverednek egymással. A népességparadoxon előfordulását a magyar rendszerben egy számpéldán mutatjuk be. Annak érdekében, hogy ne egy életidegen példát adjunk, a 2006. évi választási eredményt kisebb mértékben módosítjuk.

A területi listás mandátumok meghatározásánál megjelenő kétharmados szabályban korlátozott mértékben alkalmazandó a legnagyobb maradékok elve, ami emlékeztet Hamilton módszerére. Ezért érdemes egy olyan területi listás eredményt konstruálni, amelynél a még kiosztható mandátumoknál több párt is átlépi a kétharmados határt. Tekintsük ehhez a 2006. évi budapesti eredményeket (lásd 6. táblázat). A budapesti listán 28 mandátum osztandó el.

**6. táblázat. A 2006-os budapesti választási eredmények**

| Párt | Szavazatok | % | HB-kvóta | Mandátumok | Kompenzáció |
|---|---|---|---|---|---|
| FIDESZ-KDNP | 356 982 | 35,11 | 10,18 | 10 | 6 412 |
| MSZP | 445 059 | 43,77 | 12,70 | 13 | –10 682 |
| MIÉP-JOBBIK | 29 506 | 2,90 | 0,84 | 0 | 0 |
| MUNKÁSPÁRT | 6 327 | 0,62 | 0,18 | 0 | 0 |
| SZDSZ | 124 887 | 12,28 | 3,56 | 3 | 19 716 |
| MDF | 53 908 | 5,30 | 1,54 | 1 | 18 851 |
| Összesen | 1 016 669 | 100,00 | 29,00 | 27 | |

Forrás: www.valasztas.hu

A *Hagenbach-Bischoff*-formula szerint az egy mandátumhoz szükséges szavazatok száma 1 016 669/(28+1) egészrésze, azaz 35 057. A pártok szavazatait ez utóbbi értékkel osztva adódnak a negyedik oszlopban található kvóták. A négy 5%-os küszöböt elérő párt közül csak az MSZP maradéka éri el a kétharmadot, így pótlólagos mandátumot csak az MSZP szerez. Látható, hogy így csak 27 mandátum osztható ki, és ezért 1 mandátum átkerül az országos listára. A FIDESZ-KDNP 6412, az SZDSZ 19716 és az MDF 18851 szavazatot visz át az országos listára, míg az MSZP-től az országos listáról 10682 szavazat vonandó le.

Módosítsuk a 6. táblázatot úgy, hogy mind a négy parlamenti párt HB-maradéka legalább kétharmad legyen, a két kisebbik parlamenti párt maradéka legyen kisebb és egymáshoz közeli, továbbá az SZDSZ-nek legyen minimális előnye (lásd a 7. táblázatot).

**7. táblázat. A 2006-os budapesti választási eredmények egy módosítása**

| Párt | Szavazatok | % | HB-kvóta | Mandátumok | Kompenzáció |
|---|---|---|---|---|---|
| FIDESZ-KDNP | 356 000 | 34,00 | 9,86 | 10 | –5 060 |
| MSZP | 460 000 | 43,93 | 12,74 | 13 | –9 378 |
| MIÉP-JOBBIK | 30 000 | 2,87 | 0,83 | 0 | 0 |
| MUNKÁSPÁRT | 6 000 | 0,57 | 0,16 | 0 | 0 |
| SZDSZ | 133 800 | 12,78 | 3,71 | 4 | –10 624 |
| MDF | 61 300 | 5,85 | 1,70 | 1 | 25 194 |
| Összesen | 1 047 100 | 100,00 | 29,00 | 28 | |

A módosítással valamivel több mint 30 ezren szavaztak és mind a négy parlamenti párt elérte a kétharmados küszöböt, de mivel csak 3 kiosztandó mandátum maradt, ezért az MDF, mint a legkisebb maradékú párt, már nem szerez mandátumot. Látható, hogy mind a 28 budapesti mandátumot kiosztottuk, így az országos listára nem kerül át mandátum. A 6. és a 7. táblázatot összevetve látható, hogy akár a 7. táblázatban látható eredmények is adódhattak volna 2006-ban. Induljunk ki a továbbiakban most már a 7. táblázatban látható eredményekből, és tegyük fel, hogy az MSZP képes lett volna még további 10 ezer szavazót mozgósítani (lásd a 8. táblázatot).

Budapesti szinten látható a népességparadoxon megjelenése, hiszen az MDF eggyel több mandátumhoz jutna az MSZP koalíciós partnere rovására, pedig csak az

**8. táblázat. Az MSZP 10 ezerrel több szavazatot kap**

| Párt | Szavazatok | % | HB-kvóta | Mandátumok | Kompenzáció |
|---|---|---|---|---|---|
| FIDESZ-KDNP | 356 000 | 33,68 | 9,77 | 10 | –8 510 |
| MSZP | 460 000 | 44,46 | 12,90 | 13 | –3 863 |
| MIÉP-JOBBIK | 30 000 | 2,84 | 0,82 | 0 | 0 |
| MUNKÁSPÁRT | 6 000 | 0,56 | 0,16 | 0 | 0 |
| SZDSZ | 133 800 | 12,66 | 3,67 | 3 | 24 447 |
| MDF | 61 300 | 5,80 | 1,68 | 2 | –11 602 |
| Összesen | 1 057 100 | 100,00 | 29,00 | 28 | |

MSZP szavazótábora növekedett. Így a koalíció 10 ezer többletszavazata mandátumveszteséget eredményezett. Természetesen arra is gondolhatnánk, hogy az országos listán keresztül az SZDSZ az MDF-től visszakapja ezt a mandátumot. A 2006-os országos adatokból kiindulva megmutatjuk, hogy az MSZP többletszavazata a koalíció mandátumvesztéséhez vezethet. A 2006-os országos listára felkerült összesített szavazatokat tartalmazza a 9. táblázat.

**9. táblázat. A 2006-os országos lista**

| Párt | Egyéni | Listás | Összesen | Listás Bp. nélkül |
|---|---|---|---|---|
| SZDSZ | 345 962 | 205 543 | 551 505 | 185 827 |
| MSZP | 773 082 | 105 242 | 878 324 | 115 924 |
| MDF | 270 459 | 196 876 | 467 335 | 178 025 |
| FIDESZ | 1 220 768 | 111 660 | 1 332 428 | 105 248 |
| Összesen | 2  610 271 | 619 321 | 3229592 | 585 024 |

A 7. táblázatban a 6. táblázatban található 2006-os budapesti eredmények egy kisebb módosítását adtuk meg. Most hasonlóan módosítjuk, a budapesti listás eredményekkel konzisztens módon, a 9. táblázatban szereplő országos listát. A 9. táblázatban azért tüntettük fel a Budapest nélküli töredékszavazatokat, hogy a budapesti listás eredményeket a 7. táblázatnak megfelelő töredékszavazatokra cseréljük. A módosított országos lista összeállításakor a többi 19 lista eredményeit változatlanul átveszszük, így az országos listán a listás töredékszavazatok csak a budapesti eredmények módosításán keresztül változnak. Megjegyzendő, hogy a 2006-os választásokon az országos listán 64 mandátumot kellett elosztani. Mivel a budapesti módosításunk következtében az összes budapesti listás mandátum kiosztásra került, így a módosított országos listán csak 63 mandátumot kell majd elosztani. A paradoxon produkálása érdekében a vesztes egyéni szavazatokat kismértékben módosítjuk. Ellenőrizhető, hogy e változtatások elvégezhetőek a 176 egyéni választókerület egyéni győztesének módosulása nélkül. A 9. táblázat módosítását a 10. táblázat tartalmazza.

A 10. táblázatban kapott mandátumelosztás a D'Hondt mátrixszal vagy pl. a 49 085-ös Jeffersoni közös osztóval megkapható. Nézzük most azt az esetet, amikor az MSZP Budapesten 10 ezerrel több szavazatot nyer. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy ez a 10 ezer többletszavazó az MSZP által megnyert egyéni választókerületekben jelenik meg, így nem kell a 10. táblázat vesztes egyéni szavazataihoz

**10. táblázat. A módosított 2006-os országos lista**

| Párt | Egyéni | Listás | Összesen | Mandátum |
|---|---|---|---|---|
| SZDSZ | 340 000 | 175 203 | 515 203 | 10 |
| MSZP | 777 000 | 106 546 | 883 546 | 18 |
| MDF | 280 000 | 203 219 | 483 219 | 9 |
| FIDESZ | 1 225 000 | 100 188 | 1 325 188 | 26 |
| Összesen | 2 622 000 | 585 156 | 3 207 156 | 63 |

nyúlni. Természetesen a 7. táblázatban szereplő töredékszavazatok a 8. táblázatban szereplő töredékszavazatokra cserélendők. Az így kapott új országos listás szavazatokat a 11. táblázat tartalmazza.

**11. táblázat. A 10 ezer MSZP-s többletszavazat hatása**

| Párt | Egyéni | Listás | Összesen | Mandátum |
|---|---|---|---|---|
| SZDSZ | 340 000 | 210 274 | 550 274 | 11 |
| MSZP | 777 000 | 112 061 | 889 061 | 17 |
| MDF | 280 000 | 166 423 | 446 423 | 9 |
| FIDESZ | 1 225 000 | 96 738 | 1 321 738 | 26 |
| Összesen | 2 622 000 | 585 496 | 3 207 496 | 63 |

A 11. táblázat mandátumelosztása megkapható pl. a 49 400-as Jeffersoni közös osztóval. A 10. táblázatot a 11. táblázattal összevetve látható, hogy az MSZP 10 ezer fős budapesti többletszavazata az országos listán egy mandátum elvesztését eredményezte az SZDSZ javára. A budapesti területi listás és országos listás eredményeket együtt vizsgálva az MSZP a 10 ezer fős többletszavazata révén egy mandátumot veszít az MDF javára! Tehát a kormányoldal egy mandátumot veszít, az ellenzék egyet nyer.

Megállapíthatjuk, hogy a magyar választási rendszer nem mentes a népességparadoxontól, ami azért is aggályos, mert bizonyos helyzetekben bünteti a többletszavazatot! Természetesen arra is gondolhatunk, hogy ilyen helyzeteket az élet ritkán produkál. A példa konstruálása mindenesetre nem igényelt különösebb energiát egy táblázatkezelő program segítségével, ami legalábbis arra utal, hogy könnyen találhatók ilyen paradox helyzetek.

Ezek után felvetődhet bennünk, hogy a magyar rendszerben legfeljebb hány mandátumot lehet további szavazatok szerzésével elveszíteni. Elképzelhető-e, hogy mind a húsz területi listán veszíthet-e ily módon valamelyik oldal egy-egy mandátumot, azaz összesen húszat. Az országos kompenzációs lista miatt ez ugyan nem lehetséges, de mivel egy töredékszavazat az országos listán kevesebbet ér (2006-ban kb. 50 ezer szavazat ért 1 mandátumot), mint a területi listákon (2006-ban Pest megyében a legrosszabb, 40 898 az 1-hez, míg Nógrád megyében a legjobb, 22 845 az 1-hez az átváltási arány),[5] ezért 6–7 mandátum elvesztése elképzelhető. Ezen, ha a koalíció és az ellenzék közötti viszonylatban gondolkodunk, még az sem segíthet, hogy a legtöbb

5 Ha a területi listák szerepét a területek reprezentációjában és a szavazatok azonos értékét fontosnak tartjuk, akkor a területi listák közötti mandátumelosztást is legalább tízévente korrigálni kellene.

területi listán csak a két nagy párt szerzett mandátumot, mivel a kétharmados szabály és a kisebbik koalíciós, illetve ellenzéki párt meglepő módon befolyásolhatja a maradékokat. Nevezetesen, egy kisebb területi listán, ha a két nagy párt eltérő számú mandátumhoz jut, maradékaik egymáshoz közeliek és egészrészeik egymástól eltérőek, akkor a kisebbik partner egyoldalú szavazatnövekedése révén a kétharmados szabály alapján nyert mandátum elveszthető. Pártrendszerünk kétpólusúvá válása legfeljebb megnehezíti a paradox mandátumvesztés lehetőségének kialakulását.

A népességparadoxon elkerülése választási rendszerünk kisebb átalakításával könnyen elérhető. Ehhez az országos kompenzációs listán kizárólag az egyéni vesztes szavazatokat kellene csak szerepeltetni. Ekkor az országos listán D'Hondt módszere már garantálja a népességparadoxon-mentességet. Az összes területi listás mandátum pedig kiosztható egy úgynevezett *biproporcionális*[6] mandátumelosztási eljárással, amelyet először a zürichi önkormányzati választásokon használtak (részleteket illetően lásd Pukelsheim (2005), illetve Pukelsheim és Schuhmacher (2004)). A biproporcionális mandátumelosztás országos összesített adatok alapján valamilyen osztómódszerrel (pl. D'Hondt) meghatározza a pártok mandátumait, és ezek után választja ki a területeken belüli arányokat leghűbben tükröző módon a területi listákról mandátumot szerző jelölteket. A biproporcionális eljárás előnye az országos szintű közel arányos reprezentáció, míg hátránya az egyes területekről bejutó jelölteknek a területi arányoktól viszonylag jobban eltérő pártszínezete. A magyar rendszerben ez utóbbi fenntartás a biproporcionális mandátumelosztással szemben nem igazán merülhet fel, mivel az országos lista jelenlegi alkalmazási formája egyébként még a területek arányos képviseletét sem szolgálja.

### 3.4. TOVÁBBI DISZKRÉT ELOSZTÁSI PROBLÉMÁK

Mint már említettük, a mandátumelosztásnál felmerült problémák, gondolatok és eredmények bármely más diszkrét elosztási problémánál alkalmazhatók. Ebben a pontban néhány olyan diszkrét elosztási problémára vonatkozó eredményt ismertetünk, amely a mandátumelosztási problémára vonatkozóan irreleváns ugyan, de más probléma esetén hasznos lehet.

Vezessünk be egy új elosztási eljárást, az úgynevezett prioritási szabályt, amely az igényektől függetlenül a szereplők igényeit mindig ugyanazon rögzített sorrendben elégíti ki. Így ha egy szereplő igénye nem elégíthető ki maradéktalanul, akkor a nála alacsonyabb prioritású szereplők már semmit sem kapnak. A prioritási szabály nyilván egy nagyon igazságtalan elosztási eljárás.

> ***Tétel*** *(Moulin, 2000). A konzisztenciának, az alulról előállíthatóságnak és a felülről előállíthatóságnak pontosan a prioritási szabályok tesznek eleget.*

Ez a tétel egy meglehetősen negatív állítás, hiszen a három strukturális invariancia-tulajdonság megkövetelése szükségszerűen csak egy igazságtalan elosztási eljárást enged meg. Amennyiben mindhárom strukturális invariancia-tulajdonsághoz ragasz-

6 Az elnevezés mind a párt-, mind a területi szintű egyidejű arányosításra utal. A biproporcionális mandátumelosztási eljárásokat Balinski és *Demange* (1989) találta ki. Újabb és (műveletigényét tekintve) hatékonyabb biproporcionális eljárást adott *Zachariasen* (2006).

kodunk és mégis egy igazságos elosztási eljárással szeretnénk dolgozni, akkor ki kell lépnünk a determinisztikus elosztási eljárások köréből. Az 1.2. pontban megfogalmazott tulajdonságok valószínűségi kiterjesztéseit illetően lásd Moulin (2002) vagy Tasnádi (2004b). A legegyszerűbb (diszkrét) valószínűségi elosztási eljárás az egyes szereplőknek az igényeikkel azonos számú sorsjegyet juttat, majd ezek közül húz ki visszatevés nélkül *t* darabot, ezzel meghatározva egy elosztást. Ez az eljárás *valószínűségi arányos eljárás* néven ismert. Könnyen ellenőrizhető, hogy a valószínűségi arányos elosztási eljárás eleget tesz mindhárom strukturális invariancia-tulajdonságnak, továbbá igazságos, mivel részrehajlás-mentes, eleget tesz az azonos igényűek azonos elbánásban részesítése követelményének és várható értékben arányosan osztja el a szűkös mennyiséget. Az eljárás egy egyszerű jellemzése az alábbi.

> ***Tétel*** *(Tasnádi, 2004a). Az alulról előállíthatóságnak és a várhatóan arányos elosztás feltételének kizárólag a valószínűségi arányos elosztás tesz eleget.*

Előbbi tétel megkapható Moulin (2002) általánosabb eredményeiből, amelyek közül kiemelendő a következő:

> ***Tétel*** *(Moulin, 2002). Az azonos igényűek azonos elbánásának, az alulról előállíthatóságnak és a felülről előállíthatóságnak kizárólag a valószínűségi arányos elosztás tesz eleget.*

Ez utóbbi tétel azért is figyelemre méltó, mert a valószínűségi arányos elosztási eljárás jellemzésében szereplő három tulajdonság egyike sem kötődik az arányossági elvhez.

Balinski és Young (2001, 66. oldal) megemlíti, hogy ilyen értelemben a véletlen arányos elosztási eljárás várható értékben „jól megoldja” a képviselőhelyek elosztását államok, illetve pártok között. Azonban egy elosztás esetén a véletlen nyilván nagyon szeszélyes eredményeket produkálhat. Egy fokkal kedvezőbb megoldás, ha a lekerekített arányos részesedését mindenki megkapja, majd a maradékot sorsoljuk ki véletlenül. A véletlen még ekkor sem garantálná a kvótafeltétel teljesülését. Az úgynevezett *fair maradék elosztási eljárás* már a kvótafeltétel teljesülését is garantálja. Ez utóbbi eljárás létezését, megvalósítását és jellemzését illetően lásd Tasnádi (2002).

## ÖSSZEFOGLALÁS

Bemutattunk egy, a statikus elosztási problémák vizsgálatára alkalmas modellkeretet, amelyben részletesen kitértünk az adózás kérdésére és a mandátumok elosztására. Megfogalmaztunk az elosztási eljárásokkal szemben számos lehetséges követelményt (tulajdonságot), amelyek relevanciáját a vizsgált elosztási probléma határozza meg. Számos „negatív eredményt” láthatunk, mint például, hogy a népességmonotonitás és a kvótafeltétel kizárja egymást, illetve a diszkrét modellkeretben a három strukturális invariancia szükségszerűen igazságtalan megoldáshoz vezet. Az ilyen „negatív eredmények” egyáltalán nem meglepőek, hiszen a mindennapokból is tudjuk, hogy túl sok követelménynek képtelenség egyszerre megfelelni. Az eljárások tulajdonságokkal való jellemzése éppen az eljárások kiválasztásában segít minket azáltal, hogy világosan megmutatja számunkra az egyes eljárások előnyös és hátrányos tulajdonságait.

Az adózás és a képviselőhelyek elosztásának vizsgálata arra is rámutatott, hogy az elméleti eredmények a gyakorlati problémák számára releváns mondanivalóval bírnak és valóban befolyásolják a döntéshozókat cselekedeteikben. A bemutatott eredmények részben az adekvát eljárás kiválasztását, részben egy eljárás alkalmazása melletti objektív érvelést segítik. Legrosszabb esetben pedig ködösítés nélkül rámutatnak a szereplők közötti konfliktusok lényegére.

## IRODALOM


1989. évi XXXIV. törvény az országgyűlési képviselők választásáról.

Balinski, M. L.–Demange, G. [1989] An axiomatic approach to proportionality between matrices. Mathematics of Operations Research 14, 700–719.

Balinski, M. L.–Pukelsheim, F. [2005] Ehrenpromotion. Universität Augsburg (http://www.opus-bayern.de/uni-augsburg/volltexte/2005/103/).

Balinski, M. L.–Young, H. P. [2001] Fair Representation: meeting the ideal of one man, one vote (second edition). Brookings Institution Press, Washington D. C.

Ju, B-G–Miyagawa, E.–Sakai, T. [2007] Non-manipulable division rules in claims problems and generalizations. Journal of Economic Theory 132, 1–26.

Körösényi A.–Tóth Cs.–Török G. [2003] A magyar politikai rendszer. Osiris kiadó, Budapest.

Mészáros J.–Szakadát I. [1993] Választási eljárások, választási rendszerek. BME Szociológiai Tanszék, Budapest.

Moulin, H. [2000] Priority rules and other asymmetric rationing methods. Econometrica 68, 643–684.

Moulin, H. [2002a] Axiomatic cost and surplus-sharing. In: Arrow, K. J.–Sen, A. K.,–Suzumura, K. (szerk.), Handbook of social choice and welfare, volume 1. North-Holland, Amsterdam.

Moulin, H. [2002b] The proportional random allocation of indivisible units. Social Choice and Welfare 19, 381–413.

Moulin, H. [2003] Fair division and collective welfare. MIT Press, Cambridge.

Moulin, H. [2006] Proportional scheduling, split-proofness, and merge-proofness. Games and Economic Behavior, megjelenés alatt.

O'Neill, B. [1982] A problem of rights arbitration from the talmud. Mathematical Social Sciences 2, 345–371.

Pukelsheim, F. [2005] Jedem Wähler der gleiche Erfolgswert. Neue Zürcher Zeitung Freitag 2. Dezember Nr. 282, 55.

Pukelsheim, F.–Schuhmacher, C. [2004] Das neue Zürcher Zuteilungsverfahren für Parlamentswahlen. Aktuelle Juristische Praxis – Pratique Juridique Actuelle 5, 505–522.

Sprumont, Y. [1991] The division problem with single-peaked preferences. Econometrica 59, 509–519.

Tasnádi A. [2002] On probabilistic rationing methods. Mathematical Social Sciences 44, 211–221.

Tasnádi A. [2004a] Az arányos elosztási eljárás egy karakterizációja. Alkalmazott matematikai lapok 21, 261–67.

Tasnádi A. [2004b] Determinisztikus és valószínűségi elosztási eljárások. Szigma 35, 1–12.

Thomson, W. [2003] Axiomatic and game-theoretic analysis of bankruptcy and taxation problems: a survey. Mathematical Social Sciences 45, 249–297.

Young, H.P. [1994] Equity: in theory and praxis. Princeton University Press, New Jersey.

www.valasztas.hu [2006].

Zachariasen, M. [2006] Algorithmic aspects of divisor-based biproportional rounding. Department of Computer Science, University of Copenhagen, Technical Report no. 06/05.