

Kutatási irányok az algoritmikus játékelmélemben

Workshop on Internet and Network Economics

2008. december 17–20 között rendezték meg Shanghaiban a „Workshop on Internet and Network Economics” (WINE2008) elnevezésű konferenciát, amelyre a témában érdekelt kutatók igencsak népes tábora látogatott el¹. Az e témában 2005-ben első alkalommal Hongkongban megrendezett konferencia mára kivívta a maga biztos helyét a konferenciák piacán és az egyik legfontosabb eszmecserét biztosító alkalomnak minősül a játékelmélettel, az algoritmuselmélettel foglalkozók, a szavazási kérdésekben érdekeltek, illetve az internetes gazdaságot kutatók körében. A rendezvény rangosságát jelzik az olyan előadók, mint Eric Maskin, Paul Milgrom, Christos Papdimitriou, Herbert E. Scarf, Hal Varian, Yinyu Ye.

A továbbiakban, eltérve a konferenciabeszámoló hagyományos formájától, egy érdeklődésre számot tartó terület, az algoritmikus játékelmélet legújabb kutatási, illetve néhány alkalmazási területéről kívánok szemelvényekben számot adni².

A második világháború vége felé a modern matematikában két elkülönült kutatási terület bontakozott ki, amelyek igen markánsan befolyásolták a huszadik század második felének tudományos életét: a játékelmélet és az algoritmuselmélet. Mindkettőben kiemelkedő sze-

repet játszott Neumann János úttörő és a későbbi kutatásokat elindító, illetve azokat megalapozó eredményeivel.³ De maga Neumann sem gondolhatta, hogy ötven évvel később ezen két munkája egy és ugyanazon kutatási terület, az algoritmikus játékelmélet alapját fogja képezni. Az internet megjelenésével és mindent behálózó tulajdonságával a hagyományos piacok átalakultak, az addigi, szereplőkre vonatkozó információs feltevések lényegesen megváltoztak, új piacok jelentek meg, sőt maga az internet egy óriási piacterré alakult. Az internet volt az első számítástechnikához kötődő olyan műremek, amelyet nem egyetlen entitás hozott létre, hanem az sokak stratégiai interakciója által keletkezett. Így nem meglepő, hogy ilyen keretek között az algoritmuselmélet vált ennek a stratégiai döntéshozatalnak a természetes és alapértelmezett kiindulópontjává. A számítástechnikával foglalkozók első alkalommal voltak kénytelenek ugyanolyan zavarba ejtő tisztelettel szemlélni ezt a képződményt, mint ahogyan a közgazdászok a piacot mindig is kezelték. Ekkor fordultak a játékelméleti eszköztárhoz. Scott Shenker, az egyik úttörő kutató szavaival élve „az internet egy egyensúlyi állapot, a mi dolgunk az, hogy a megfelelő játékot azonosítsuk”. Az internet rejtegyeinek megvilágításában a játékelmélet és az algoritmuselmélet módszertanának és ötleteinek kölcsönös felhasználása és azok fúziója termékeny kutatási irányzat,

¹ A szerző részvételét a konferencián a Gazdasági Versenyhivatal Versenykultúra Központja támogatta.

² Az érdeklődő olvasó a konferenciáról tovább tájékozódhat a következő honlapon:

<http://www.se.cuhk.edu.hk/~wine2008/>

³ Bővebben lásd az Oscar Morgensternnel közösen írt könyvüket (Games and Economic Behavior, 1944), illetve a First Draft of a Report on the EDVAC (1945) című munkáját.

az algoritmikus játékelmélet létrejöttét eredményezte.

Ez a fúzió azonban korántsem annyira egyértelmű és zökkenőmentesen egyszerű, mint ahogy az első látásra tűnik. A játékelmélet gyakorlatilag teljes mértékben a játék egyensúlyának meghatározására törekszik, nem törődve a kialakulás módjával, megoldásnak az egyensúlyi kimenetelt tekinti, az algoritmuselmélettel foglalkozókat viszont pontosan annak kialakulása, annak algoritmusához hozza lázba. Éppen ezért az algoritmikus játékelméleti kutatások egyik elsődleges célja pontosan olyan algoritmusok meghatározása, amelyek a különböző játékok egyensúlyának (a stratégiai játékok Nash- vagy korrelált egyensúlyának, vagy a piacjátékok piaci egyensúlyi árainak) kialakulását eredményezik.

1. NASH EGYENSÚLY

Nézzük a fenti alapvető problémát egy kissé bővebben. A játékelmélet művelőinek számára a leglényegibb kérdés, hogy egy konfliktusszituációban a szereplők racionális magatartása milyen kimenetelt eredményez. Az uralkodó módszertan alapján ez többnyire a játék Nash-egyensúlyának megkeresését jelenti. Azonban a Nash-egyensúly koncepciója korántsem problémák nélküli. Először is nem minden játéknak van a tiszta stratégiahalmazokon Nash-egyensúlya. Ezt a problémát Nash igen szellemesen oldotta meg, belátva, hogy amennyiben a szereplők stratégiahalmaza konvex, akkor mindig létezik legalább egy Nash-egyensúly. A stratégiahalmazok konvexitásának elérésére egy általános eszköz, hogy eloszlásokat definiálunk az adott stratégiahalmazokon, azaz randomizáljuk a tiszta stratégiákat. Játékelméleti kifejezéssel élve megengedjük a játékosok-

nak, hogy keverjenek. Ekkor a Kakutani fixpont-tétel felhasználásával belátható, hogy mindig létezik Nash-egyensúly (ez gyakorlatilag a zérus összegű játékok minimax elméletének általánosítása). Azonban számos esetben nem az a probléma, hogy nincs egyensúly, hanem inkább az, hogy több van a kelleténél. Egyelőre nincs általánosan kielégítő recept arra vonatkozóan, hogy hogyan válasszunk ezek közül. Ez nyilvánvaló meghívó az algoritmuselméletben használt módszertannak. Azonban az egyik legfontosabb vetülete a Nash-egyensúly kérdéskörének annak számítástechnikai komplexitása, ami továbbra is nyitott kérdés. Tegyük fel, hogy egy kétszereplős játékot vizsgálunk és éljünk azzal a feltételezéssel, hogy a játékosok stratégiahalmaza véges. Létezik olyan polinomiális algoritmus, amellyel a játék (kevert) egyensúlya megadható? És mit mondhatunk abban az esetben ha a szereplők száma nagyobb, mint kettő?

2. MECHANIZMUS-TERVEZÉS

Az implementációelmélet (mechanizmus-tervezés) algoritmikus volta még inkább kézenfekvő. A játékelmélet ezen elegáns és jól kimunkált területe arra a kérdésre keresi a választ, hogy a magáninformációkkal rendelkező játékosok milyen játék keretében eredményezik a társadalmi tervező által valamilyen szempontok alapján kívánatosnak vélt egyensúlyi kimenetelt (erre jó példát szolgáltatnak az aukciók, vagy akár az internet költségeinek szereplők közti felosztása, ugyanis a szereplők által igénybe vett szolgáltatás értékét csakis a szereplők maguk ismerik, azaz azok teljes mértékben magáninformációk alkotnak). Éppen ezért nem véletlen, hogy a kölcsönös megtermékenyítés ezen a területen

számottevő eredményekhez vezethet. Az internet esetében számos kérdés egyben mint implementációelméleti probléma fogalmazható meg.

3. INTERNET, MINT EGYENSÚLY

Ha valami elmondható az internetes sáv-szélességről, akkor az a szűkösség. A felhasználók közti adatátviteli forgalomirányítás a TCP/IP protokollokon keresztül válik kezelhetővé, illetve esetenként a torlódás kivédhetővé. „Amennyiben az előző csomag célba ért, akkor növeld eggyel a küldendő csomagok számát, ellenkező esetben csökkentsd azt a felére” – hangzik az utasítás. Úgy tűnik, hogy ezt az egyszerű és szellemes parancsot elfogadták a szereplők, azonban ez a beletörődés egyelőre nem teljesen érthető. Felmerül a kérdés, hogy mely játéknak képezi ez a Nash-egyensúlyát? Amennyiben az internetes forgalomirányítást, mint játékot tekintjük, akkor biztosak lehetünk abban, hogy annak egyensúlya nem racionális tervezés eredménye, azonban azzá válik egy gyorsan változó környezetben, ahol ráadásul még a szereplők is állandóan változnak. Ez sokkal kifinomultabb egyensúlyfogalmak definiálását igényli.

De az internetet egy koalíciós játéknak is elképzelhetjük, amelyben véges számú felhasználó koalícióra léphet a köztük levő adatátvitel (hálózat) optimalizálása érdekében. Ebben az esetben a kérdés így hangzik: mi ennek a koalíciós játéknak a magja?

4. AZ ANARCHIA ÁRA

Ugyan az internet esetében nincs egy önálló entitás, amely azt működtetné, azonban, ha élünk azzal a feltételezéssel, hogy

mégis létezik egy „jóindulatú diktátor”, amelynek célja a sáv-szélesség olyan irányú allokálása, amely az együttes hasznot maximalizálja, akkor adódik a kérdés, hogy mennyivel működne másként a világháló? Azaz mi az ára az anarchiának? Tehát az „anarchia ára” címkét viselő kérdést megválaszolni kívánó kutatások arra a kérdésre keresik a választ, hogy az önérdékkövető döntéshozók cselekedeteinek egyensúlyi kimenetele mennyiben tér el az „ideális” egyensúlytól, amelyben minden szereplő együttműködve hozna döntést a költségek csökkentése érdekében. Számos az internethez kapcsolódó kutatás képes előre jelezni ezen költségek (az egyensúlyban kialakuló költségek és az optimális költségek) arányát, és kiderült, hogy az anarchia korántsem okoz akkora költségeket, mint ahogy egyesek képzelnék. Például egy sokat idézett eredmény alapján a lineáris késleltetéssel jellemezhető útválasztás játékokban (routing games) az anarchia legfeljebb 33 százalékos többletköltséget okoz, ami igencsak jelentéktelennek minősül és gyakorlatilag teljes mértékben felszívódik az internet növekedésének következtében. De továbbra is marad a kérdés: mi az ára az internet architektúrájának?

5. A PIACI EGYENSÚLY

Egy további és korántsem jelentéktelen terület, ahol az algoritmuselmélet a játékelmélettel kéz a kézben eredményeket érhet el, az a piaci egyensúly kialakulásának kérdésköre. Tegyük fel, hogy egy n szereplős gazdaságban minden döntéshozó rendelkezik egy (félig pozitív) jószágvektorral, és élünk azzal a feltételezéssel, hogy a szereplők konkáv hasznossági függvényekkel jellemezhetők. Tegyük fel továbbá, hogy a szereplők a je-

lenlegi készletallokációjukkal elégedetlenek abban az értelemben, hogy létezik legalább egy olyan, a jelenlegi allokációtól eltérő elosztása a jószágoknak, amely mindenki számára kedvezőbb kimenetelt (magasabb hasznosságot) eredményez. A csere révén ugyan a szereplők közelíthetnének ehhez a kimenetelhez, de ez kétségkívül költséges és lassú mechanizmust jelent. Az árak léte biztosíthatja a kedvezőbb (Pareto-halmazbeli) kimenetel elérését, ugyanis a szereplők az adott árakon értékesíthetik készletüket és az így rendelkezésükre álló jövedelemből megvásárolhatják a számukra kedvezőbb jószágkosarat. De mi biztosítja, hogy mindenki számára lesz elegendő megvásárolandó jószág, vagy hogy nem marad fölösleges, eladatlan mennyiség a piacon? *Arrow* és *Debreu* 1953-as bizonyítása alapján ismert, hogy néhány technikai, de elfogadható feltételezés mellett mindig létezik olyan árvektor, amely mellett a fenti kíváncsi megvalósítható, azaz amely mellett a piac egyensúlyba kerül. A bizonyítás a Brouwer-fixponttételre alapszik. Fél évszázada tudjuk azonban, hogy az *Arrow-Debreu-tétel* feltételei nem (így annak következményei sem) teljesülnek, ha diszkrét jószágokkal van

dolgunk. Ebben az esetben még egy háromszereplős gazdaságot feltételezve sem tudjuk garantálni az egyensúlyi árak kialakulását, még lineáris hasznossági függvények esetében sem, azonban a hasznossági függvényekre tett némi megszorító feltételezés mellett tudunk találni olyan polinomiális közelítést, amely „majdnem” a piaci egyensúlyt eredményezi. Ugyanúgy, mint a Nash-egyensúly esetében, itt is felmerül a kérdés, milyen polinomiális algoritmussal kaphatjuk meg a piaci egyensúlyi árakat?

Az algoritmikus játékelmélet néhány fontosnak vélt nyitott kérdése tehát így hangzana:

- Létezik-e olyan polinomiális algoritmus, amellyel megadható a kétszereplős játékok Nash-egyensúlya?
- Létezik-e olyan polinomiális közelítés, amely a (véges) piacok egyensúlyát eredményezi?
- Létezik-e olyan, az internetes forgalomirányítást jól leíró játék, amelyben a TCP/IP irányítás Nash-egyensúlyként értelmezhető?
- Mi az internet architektúrájának az ára?

BAKÓ BARNA